Transformaciones Geométricas -II

Ana Lilia LAUREANO-CRUCES

Planos de proyección

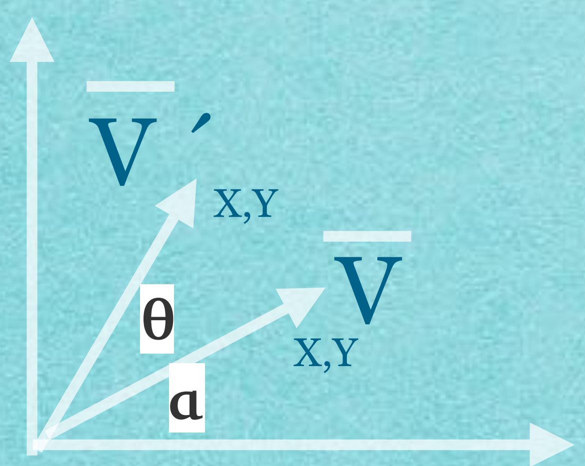
- Se atribuye a los Arquitectos italianos Alberti, Brunelleschi y otros el desarrollo, a principios de siglo quince, la teoría de las proyecciones de objetos sobre planos imaginarios de proyección (proyección en vistas).

Rotaciones

- Rotación o Giro.
  - Consiste en rotar el plano alrededor de un eje de punta ó de un eje vertical, hasta colocarlo paralelo a uno de los planos principales de proyección.
  - En la mayoría de los casos es necesario realizarle a un plano cualquiera dos rotaciones sucesivas,
  - una a través de un eje de punta y la otra a través de un eje vertical, para lograr colocarlo paralelo a uno de los planos principales de proyección.

Rotación de un Vector

- Un vector resultante $\overline{V}$, es producido a partir de un giro Ø representado por un ángulo



$$X´ = V´ \cos(\theta + \alpha)$$
$$Y´ = V´ \operatorname{sen}(\theta + \alpha)$$

$$X = \overline{V} \cos \alpha$$
$$Y = \overline{V} \operatorname{sen} \alpha$$

Matriz de rotación

$$\begin{vmatrix} X \\ \\ Y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\ \theta & -\ \text{sen}\ \theta \\ \\ \text{sen}\ \theta & \cos\ \theta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X' \\ \\ Y' \end{vmatrix}$$

Ejemplo

- Suponga un triángulo formado por los puntos son:
  - a (1,1), b(2,3), c(5,2)
- se desea rotarlo 60^{o}

$$\begin{vmatrix} \cos 60^{o} & -\text{sen } 60^{o} \\ \text{sen } 60^{o} & \cos 60^{o} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} .5 & -.86 \\ .86 & .5 \end{vmatrix}$$

a,b, y c son afectados por la rotación de 60 grados

a

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} .5 & -.86 \\ .86 & .5 \end{vmatrix}$$

b

$$\begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} .5 & -.86 \\ .86 & .5 \end{vmatrix}$$

c

$$\begin{vmatrix} 5 \\ -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} .5 & -.86 \\ .86 & .5 \end{vmatrix}$$

Matriz de rotación de: 45, 90 y 180 grados

$$\begin{vmatrix} \cos 45^{o} & -\text{sen}\ 45^{o} \\ \text{sen}\ 45^{o} & \cos 45^{o} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} .71 & -.71 \\ .71 & .71 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \cos 90^{o} & -\text{sen}\ 90^{o} \\ \text{sen}\ 90^{o} & \cos 90^{o} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \cos 180^{o} & -\text{sen}\ 180^{o} \\ \text{sen}\ 180^{o} & \cos 180^{o} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Escalamiento

- Es la transformación geométrica realizada sobre los puntos de una figura que preserva las relaciones entre éstos; cambiando las distancias. Existen diferentes tipos:
    - El escalamiento s efectúa con respecto al origen
    - El escalamiento se hace con un factor s_x en el eje x y en un factor s_y en el eje y.
    - Escalamiento uniforme $s_x = s_y$

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} Sx & 0 \\ 0 & Sy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X' \\ Y' \end{vmatrix}$$

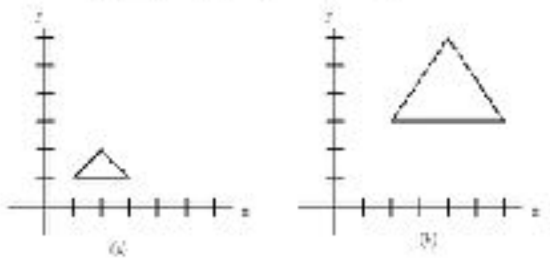
ejemplo

Escalamiento

El escalamiento modifica el tamaño de un polígono. Para obtener este efecto, se multiplica cada par coordenado (x, y) por un factor de escala en la dirección x y en la dirección y para obtener el par (x', y').

Las fórmulas son

$$x' = x \cdot S_x \quad y' = y \cdot S_y$$

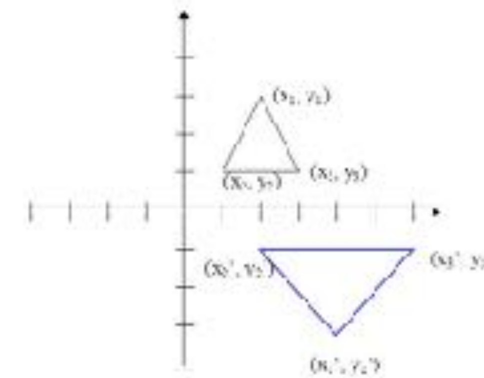


Ejemplo escalamiento

Factores de escalamiento $S = (2, -1)$

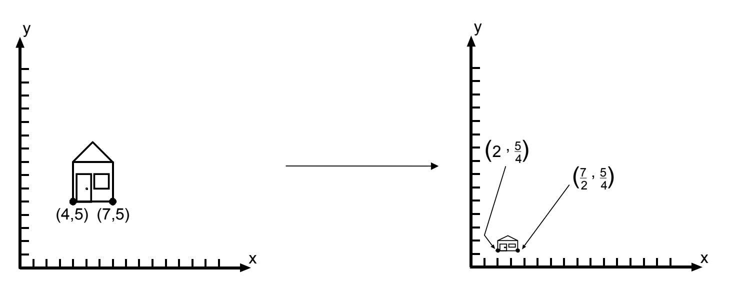
$(x_1, y_1) = (2, 3)$
$(x_2, y_2) = (1, 1)$
$(x_3, y_3) = (3, 1)$

$(x_1', y_1') = (2*2, (-1)3) = (4, -3)$
$(x_2', y_2') = (2*1, (-1)1) = (2, -1)$
$(x_3', y_3') = (2*3, (-1)1) = (6, -1)$



Escalamiento

Se escala a ½ en el eje x y a ¼ en el eje y .
El escalamiento se efectúa con respecto al origen;



Antes del escalamiento

Después del escalamiento

Escalamiento no uniforme de un objeto con respecto al origen (0,0)

Fin