Transformaciones Geométricas -I

Ana Lilia LAUREANO-CRUCES

Cáracter de la aritmética

- En la aritmética se estudian los cálculos numéricos; utilizando fórmulas el objetivo es ejecutar las operaciones necesarias para aplicarlas.

Cáracter del álgebra

- En el álgebra se generalizan las cuestiones de aritmética y por lo general se expresan las reglas y teoremas por medio de fórmulas.
- De esta forma en vez de decir que *el area del rectángulo es igual al producto de la base por la altura*.
  - A=bh
- De aquí que el álgebra es una extensión y generalización de las matemáticas.

Cáracter de la Geometría

- El objeto principal es el estudio de las formas o las figuras; tales como rectángulos, triángulos y círculos
- toca a la geometría dar demostraciones de sus propiedades y de esta forma demuestra de forma rigurosa que:
    - *el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo es igual a la suma de las areas de los cuadrados construidos sobre los catetos.*

- De esta forma una transformación geométrica, se refiere a una aplicación lineal que opera estrictamente sobre los puntos de un espacio dimensional.
- A cada punto del plano le corresponde otro (su imagen) después de la transformación.
- En general se conservan las relaciones entre los puntos.

Clasificación (orientación)

- Una transformación geométrica es una función donde: la o las operaciones geométricas permiten crear una nueva figura a partir de una previamente dada.
- A esta nueva figura se le llama la homóloga de la original.
- Podemos clasificar dichas transformaciones en dos grandes grupos:
  - **directa:** la nueva conserva la orientación de la original
  - **inversa:** la nueva tiene el sentido contrario a la original

Clasificación (de acuerdo a la forma)

- Existen tres grandes grupos:
  - **Isométricas:** conserva las distancias y los ángulos. Permitiendo escalamiento:
    - a) reducción
    - b) ampliación
  - **Isomórficas:** conserva la forma y los ángulos. Permitiendo las proyecciones:
    - a) prespectivas
  - **Anamórficas:** cambia la forma de la figura original.

Operaciones

- Con el fin de lograr estas transformaciones, se ocupan diferentes tipos de operaciones matriciales:
  - Translaciones
  - Reflexiones
  - Rotaciones

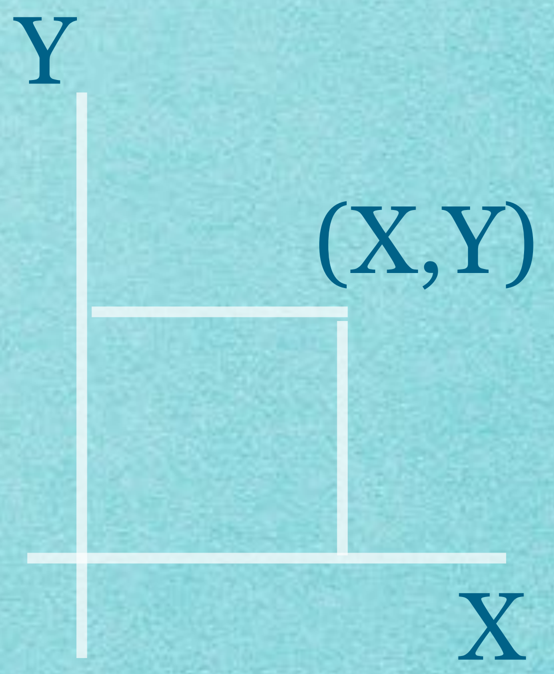
Las operaciones matriciales

- Los elementos de una matriz, representan los puntos de las distintas figuras en el espacio.
- Estas operaciones son la base de la graficación por computadora y de forma manual.

Transformación idéntica

- Se realiza a través de la *matriz identidad*

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix}$$



- Cualquiera punto (X,Y) al multiplicar a la matriz identidad se conserva igual.

Traslación

- Se define como el cambio que sufre un punto al agregar un escalar (+/-); a alguna o ambas coordenadas.

$$\begin{vmatrix} X_t \\ Y_t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_x \\ C_y \end{vmatrix}$$

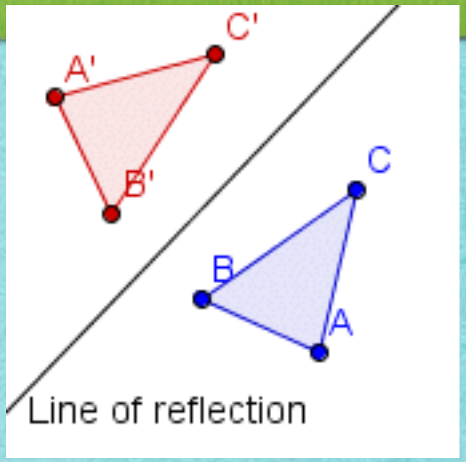
- Donde:
  - C_x es la traslación del eje X
  - C_y es la traslación del eje Y

Ejemplo

Trasladar el punto P (-3,3); 4 unidades (negativas) sobre el eje Y (C_x =0; C_y =-4.

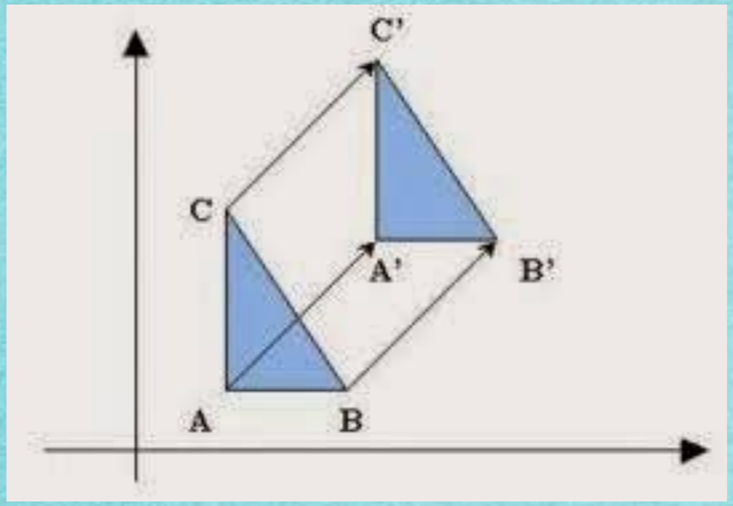
$$\begin{vmatrix} 0 \\ -4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -3 \\ 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -3 \\ -1 \end{vmatrix}$$

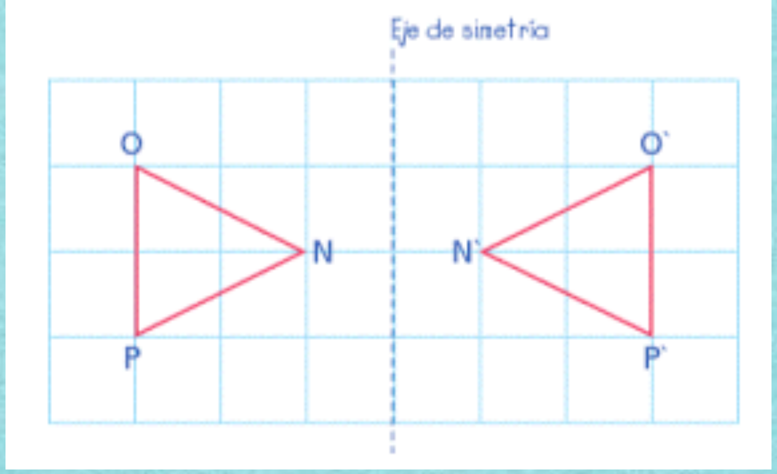
Reflexiones

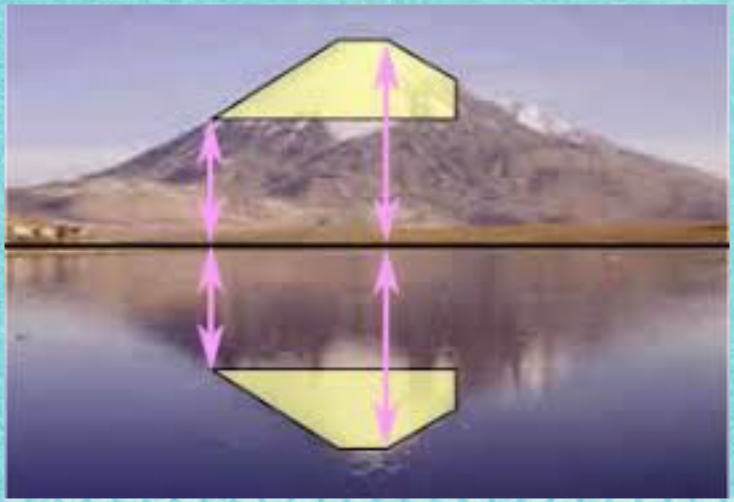


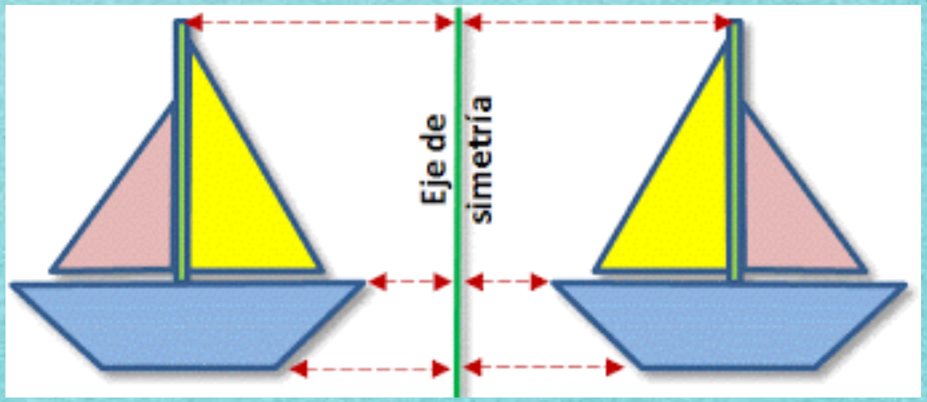
- Una reflexión es una transformación geométrica. En una reflexión, un objeto geométrico "se mueve de un tirón" a través de una recta. La recta a través de la cual se refleja un objeto se llama la recta de reflexión o el eje de la reflexión.

Ejemplos





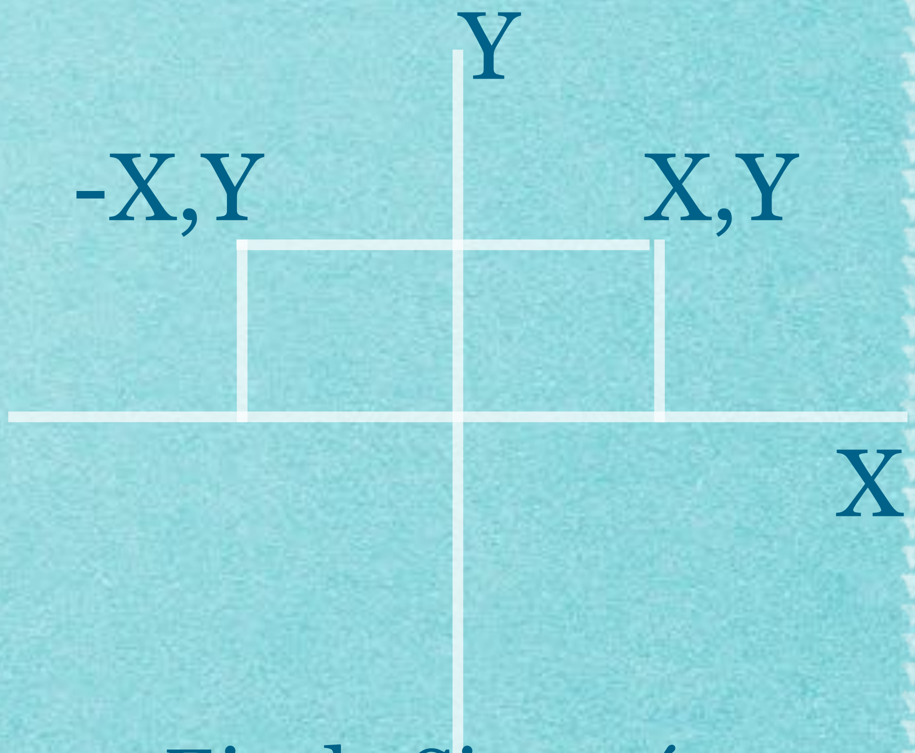




- Las Reflexiones pueden ser sobre: el eje X, el eje Y y ambos

- Reflexión sobre el eje Y implica simetría sobre el eje Y

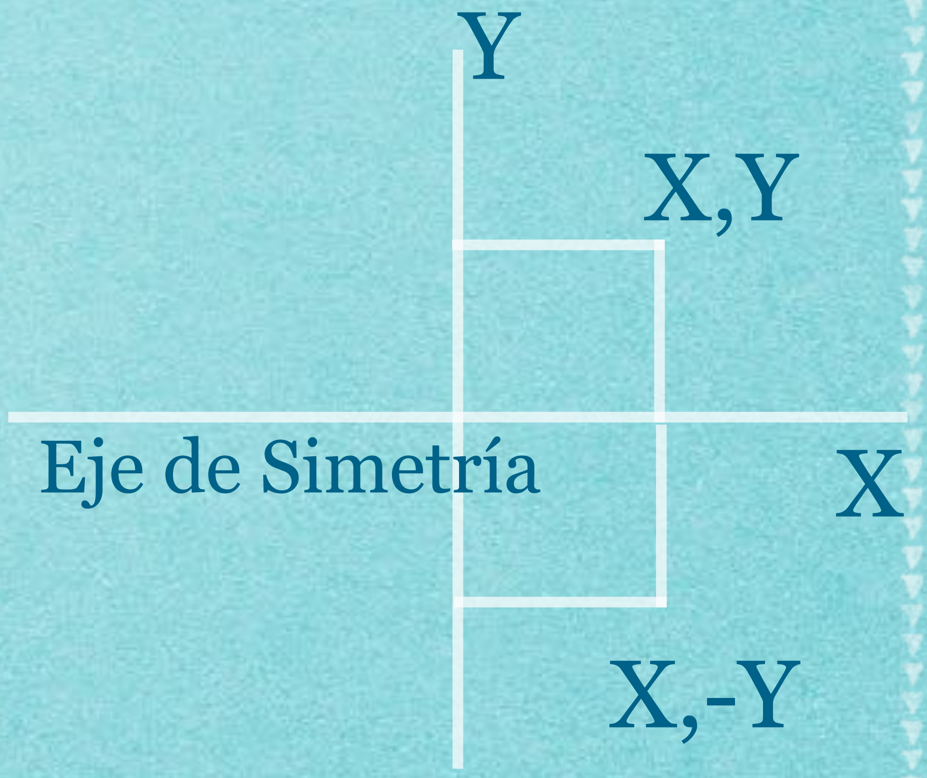
$$\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -X \\ Y \end{vmatrix}$$



Eje de Simetría

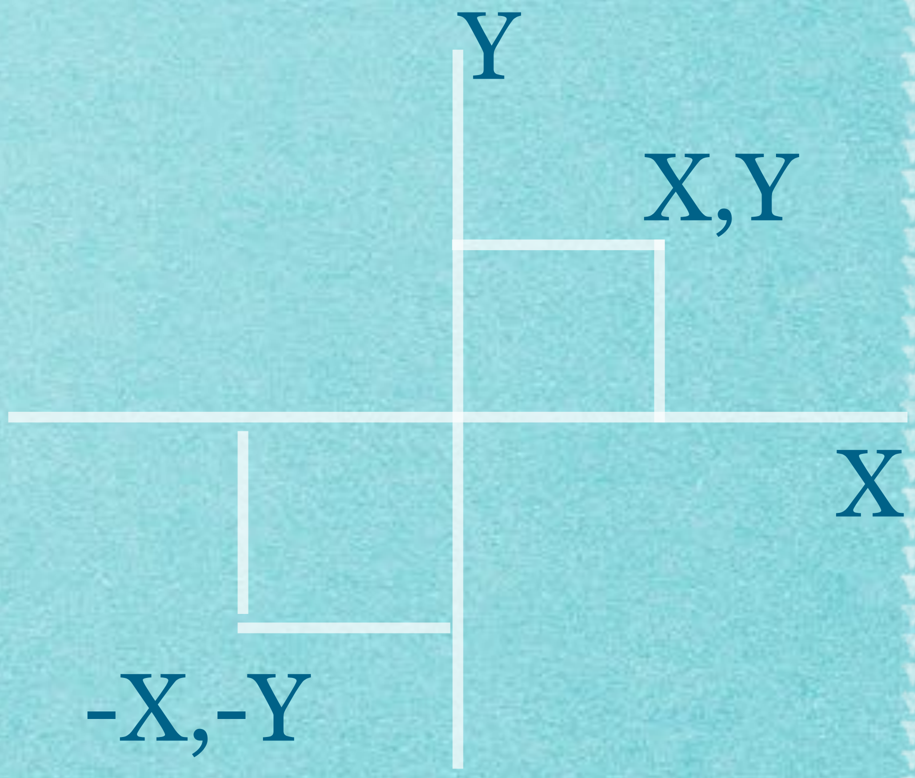
- Reflexión sobre el eje X implica simetría sobre el eje X

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X \\ -Y \end{vmatrix}$$



- Reflexión sobre el origen (inversión central o reflexión en ambos ejes)

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -X \\ -Y \end{vmatrix}$$



Fin