INICIACIÓN A LA LÓGICA SIMBÓLICA

José Antonio Arnaz

trillas

INICIACIÓN A LA
LÓGICA SIMBÓLICA

INICIACIÓN A LA LÓGICA SIMBÓLICA

José Antonio Arnaz

EDITORIAL TRILLAS

México, Argentina, España
Colombia, Puerto Rico, Venezuela ®

Catalogación en la fuente

Arnaz, José Antonio
Iniciación a la lógica simbólica. -- 3a ed. -- México : Trillas, 1989 (reimp. 2010).
106 p. ; 23 cm.
Bibliografía: p. 103
Incluye índices
ISBN 978-968-24-3572-0

1. Lógica simbólica y matemática. I. t. II. Ser.

D- 511.3'A779i LC- QA9.A5'A7.5 788

División Administrativa
Av. Río Churubusco 385
Col. Gral. Pedro María Anaya,
C. P. 03340, México, D. F.
Tel. 56884233, FAX 56041364

División Comercial
Calzada de la Viga 1132
C. P. 09439, México, D. F.
Tel. 56330995, FAX 56330870

www.trillas.com.mx

Tienda en línea
www.etrillas.com.mx

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial
Reg. núm. 158

Primera edición EA
Segunda edición EX
ISBN 968-24-0696-X
(Primera publicada por Editorial Trillas, S. A. de C. V.)
(4-8-EO, 2-9-XS, XT, XR, XI, XA, XM, XX)
Tercera edición XO
ISBN 978-968-24-3572-0
(OT, OR, OL, OA, OE, OX, OO, ST, SR, SL, SM, SE)

Reimpresión, 2010

Impreso en México
Printed in Mexico

PRESENTACIÓN

La estructura de los planes de estudio de las diferentes instituciones de enseñanza media superior fue diseñada para cubrir el mismo objetivo formativo: el desarrollo armónico de las facultades intelectuales y comunicativas del alumno. Tal desarrollo sería inconsistente si el estudiante no pasara del mundo de las opiniones empíricas al mundo del pensamiento racional y no aprendiera a pensar con rigor, coherencia y verdad. Sin embargo, es obvio que el pensamiento sistemático, auténtico, no puede surgir sin la base de un método crítico correcto.

Para contribuir a alcanzar este objetivo se ha elaborado este libro. Su contenido introduce gradualmente al estudiante en la estructura fundamental de la lógica racional y el método científico y cubre íntegramente los programas de nivel medio superior que incluyen dos semestres de Metodología de la Ciencia.

El libro puede ser adoptado como texto, material complementario de otros libros, consulta para estudiantes en el inicio del ciclo profesional o como fuente de conocimientos para lectores autodidactos.

INTRODUCCIÓN

Tanto en su vida diaria como, sobre todo, en la investigación científica, el hombre debe muchos de sus éxitos o fracasos a la eficacia de sus argumentos (o "razonamientos"). Cuando construye "buenos" argumentos, éstos le permiten conocer mejor la realidad, en tanto que un "mal" argumento, con frecuencia le hace más largo el camino hacia el conocimiento verdadero.

La *lógica formal* se ocupa, justamente, de determinar qué es lo que hace que un argumento sea "bueno" (es decir, correcto) o no lo sea. Iniciada por los griegos hace 25 siglos, esta ciencia ha tenido un proceso de desarrollo (como cualquiera de las disciplinas científicas) por el que en nuestros días aparece como una ciencia rigurosa, con un lenguaje técnico elaborado y preciso, pues la utilización que hace del simbolismo le permite evitar las confusiones y ambigüedades del lenguaje natural. A la *lógica formal,* en su actual estado de desarrollo, se le conoce como *lógica simbólica* o *lógica matemática,* nombres que hacen alusión a su uso sistemático del simbolismo y al *parecido* de sus procedimientos con los de la matemática (de la cual, sin embargo, *no* es una rama o disciplina).

Conviene aclarar que la *lógica simbólica* no se encuentra en oposición con la llamada *lógica formal tradicional,* que iniciada por Aristóteles (siglo IV antes de nuestra era), se continúa hasta mediados del siglo pasado. Antes bien, la *lógica simbólica abarca,* en sus explicaciones, todos los aspectos que la *lógica formal tradicional* desarrolló antes, además de algunos otros que permanecían latentes o poco desarrollados. La obra de Boole (1815-1864) y Frege (1848-1925), dos de los más importantes iniciadores de esta lógica moderna, presupone a toda la lógica formal anterior.

El presente módulo está destinado a servir de ayuda a estudiantes a nivel de bachillerato, a quienes el estudio de la lógica simbólica permite comprender la *estructura* de los argumentos correctos, así como las leyes lógicas que los comprueban. Esto naturalmente ha de traducirse en la posibilidad, por parte del estudiante, de *aplicar* su conocimiento de la lógica al examen de argumentos propios o ajenos, con el fin de aceptarlos, rechazarlos o corregirlos, según proceda.

La lógica simbólica es una disciplina que necesita de la práctica para entenderla; por ello es recomendable realizar los ejercicios que se presentan, comprobando *inmediatamente* su solución al final de cada una de las unidades.

La primera unidad de este módulo: "Lógica proposicional", podrá servir como auxiliar en cursos en los que se persiga que el alumno:

1. Describa las relaciones entre proposiciones;
2. Construya tablas de verdad, y
3. Demuestre formalmente la corrección de argumentos.

La segunda unidad: "Lógica cuantificacional", puede servir si los propósitos consisten en que el alumno:

1. Distinga la cuantificación del sujeto en las proposiciones;
2. Caracterice las proposiciones singulares, particulares y universales, y
3. Demuestre formalmente la corrección de argumentos en los que se encuentren cuantificadores.

ÍNDICE DE CONTENIDO

SEGUNDA UNIDAD. LÓGICA CUANTIFICACIONAL

PRIMERA UNIDAD

LÓGICA PROPOSICIONAL

1

EL LENGUAJE DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

1.1. EL OBJETO DE ESTUDIO DE LA LÓGICA

La lógica es una ciencia y su objeto de estudio lo constituyen las formas, estructuras o esquemas del pensamiento. Si comparamos los siguientes ejemplos de pensamientos, encontraremos que pueden referirse a cosas muy diferentes (es decir, su contenido es variable), y sin embargo tienen *estructuras comunes:*

1. 7 es un número primo y 4 es par.
2. La gasolina es inflamable y la potasa es cáustica.
3. Venus es un planeta y Sirio es una estrella.
4. Marzo tiene 30 días o marzo tiene 31 días.
5. El hombre hace su historia o la historia hace al hombre.
6. 4 es impar o 4 es par.
7. Si el hombre hace su historia, entonces el destino es un mito.
8. Si 4 es par, entonces 4^n también es par.
9. Si el tabaco produce cáncer, entonces los cigarros son un medio de suicidio.

Pese a tener diferente contenido, estos ejemplos pueden ser agrupados en tres clases, de acuerdo con las expresiones "y", "o", "si. . . entonces", que relacionan entre sí a pensamientos como "4 es impar", a los que se llama proposiciones.

La lógica proposicional es la parte de la lógica que estudia las formas en que se relacionan unas proposiciones con otras y, sobre todo, la relación que se da entre las proposiciones que componen un razonamiento.

1.2. LENGUAJE NATURAL Y LENGUAJE SIMBÓLICO

El lenguaje es un *medio,* un instrumento por el cual se *trasmite información.* Los libros, folletos, periódicos, etc., son buenos ejemplos de lenguaje escrito, utilizado para trasmitir información.

No todos los lenguajes son hechos por el hombre; las abejas, por ejemplo, *informan* a sus compañeras de panal sobre la localización de polen, haciendo cierto tipo de movimientos que parecen una danza. El desarrollo de un embrión de cualquier especie está guiado por la *información* trasmitida por los genes de las células germinales.

En los lenguajes hechos por el hombre, la información se trasmite por medio de *signos,* que pueden ser señas, gritos, palabras, volutas de humo, combinación de colores, etc. En realidad, los lenguajes humanos son *sistemas de signos,* que representan algo, ya sea utilizando cada signo individualmente, o combinándolos de alguna manera.

En el lenguaje natural, que aprendemos en forma espontánea y empleamos en nuestra vida cotidiana, los signos utilizados son palabras, habladas o escritas, las cuales tienen un determinado significado. Sin embargo, es un hecho que una misma palabra puede tener o usarse con dos o más significados distintos, dependiendo de las circunstancias (como "diablito", que se utiliza para nombrar lo mismo a un niño travieso que a cierto tipo de conexión eléctrica); también es común que dos o más palabras tengan el mismo significado o se les utilice en el mismo sentido (como "alumno" y "estudiante").

Gracias a estas imprecisiones del lenguaje natural se producen muchos chistes (sobre todo los de doble sentido) y muchas expresiones cómicas. Pero también se originan confusiones y errores, que si bien en la vida diaria no es del todo necesario evitar, en algunas actividades, como la científica, sí es preciso eliminar en lo posible. Es por ello que en las ciencias nos encontramos un lenguaje preciso, técnico y lleno de *símbolos,* que son signos de signos, es decir, signos elegidos cuidadosa y conscientemente para representar a otros signos.

Por ser producto de una elección, los símbolos tienen carácter convencional, pero dentro de un lenguaje determinado poseen siempre el mismo significado, sin que varíe de acuerdo con las circunstancias; por ejemplo, dentro del lenguaje de la geometría plana, el símbolo "π" significa siempre la relación cuantitativa que existe entre el diámetro y la circunferencia de un círculo cualquiera (3.14159). El símbolo puede variar de significado, pero no dentro del mismo lenguaje.

Existen varios lenguajes científicos: tantos como ciencias particulares; entre los más conocidos están el de las matemáticas, el de la química y el de la lógica, que es el que vamos a examinar en seguida.

1.3. LA SIMBOLIZACIÓN DEL LENGUAJE LÓGICO

Al simbolizar un lenguaje lo que se persigue es, básicamente, *sencillez, claridad* y *exactitud*. Es más sencillo y también resulta más claro y exacto representar las cosas por medio de símbolos. Por ello, la simbolización del lenguaje lógico nos permite examinar más fácilmente las formas del pensamiento y sus leyes, las cuales es preciso seguir si queremos que nuestro pensamiento sea correcto.

En la lógica proposicional se examinan las posibles relaciones entre proposiciones, *sin atender a su contenido*. En esto es particularmente útil simbolizar las proposiciones con simples literales y las expresiones mediante las cuales son relacionadas (como "y", "o", "si. . . entonces"), por medio de signos cuyo significado sea constante. De esta manera es más fácil, como se verá más adelante, decidir si, por ejemplo, un razonamiento es correcto o no, lo cual no siempre resulta sencillo como en el siguiente caso:

"Si en la Luna hay vida, entonces en la Luna hay agua."
"No ocurre que en la Luna hay vida."
"Luego, no es cierto que en la Luna hay agua."

2

PROPOSICIONES SIMPLES Y COMPUESTAS

2.1. ¿QUÉ ES UNA PROPOSICIÓN?

Los pensamientos son producto de una actividad mental y necesitan ser comunicados para poderlos examinar.

Las proposiciones son pensamientos en los que se afirma algo y que se expresan, por ello, mediante enunciados u oraciones declarativas. Recuérdese que las oraciones (conjuntos de palabras que expresan pensamientos completos) se dividen en declarativas, imperativas, interrogativas y exclamativas. Sólo de las oraciones declarativas puede decirse que trasmiten una proposición que, por ser una afirmación, es *verdadera* o *falsa*. De las siguientes oraciones, sólo las tres primeras, que son declarativas, nos comunican una proposición, verdadera o falsa. Las tres últimas no trasmiten una proposición, pues las órdenes, preguntas o exclamaciones no son verdaderas o falsas (son, en todo caso, justas o injustas, adecuadas o absurdas, sinceras o fingidas, etc.):

1. El ácido sulfúrico corroe la madera.
2. Dos más dos es igual a tres.
3. 1974 fue un año bisiesto.
4. Se prohíbe comer chicharrón en los conciertos.
5. ¿Qué comen los marcianos?
6. ¡Maldita sea mi suerte!

Partimos, pues, de definir una proposición como el significado de una oración declarativa, significado que puede ser verdadero o falso por ser una afirmación.

Hemos de distinguir, además, que las proposiciones pueden ser de dos tipos: **simples** (elementales) o **compuestas** (moleculares). Examinemos los siguientes ejemplos:

1. 4 es un número natural.
2. 4 es par.
3. La ballena es animal marino.
4. La ballena es un pez.
5. La ballena es un mamífero.
6. La ballena tiene respiración pulmonar.
7. 1976 fue año bisiesto.
8. Febrero de 1976 tuvo 29 días.
9. 4 es un número natural y 4 es par.
10. Cuba es una isla y Baja California es una península.
11. La ballena es un pez *o* la ballena es mamífero.
12. Turquía es un país europeo *o* Turquía es un país asiático.
13. *Si* la ballena es un mamífero, *entonces* la ballena tiene respiración pulmonar.
14. *Si* aumenta la temperatura de un gas, *entonces* aumenta su volumen.
15. 1976 fue año bisiesto *si y sólo si* febrero de 1976 tuvo 29 días.
16. El hombre es responsable *si y sólo si* el hombre es libre.
17. *No es el caso que* 4 es par.
18. *No es cierto que* el agua es un elemento.

Las ocho primeras proposiciones son *simples* (o elementales) y en ellas *no* es posible distinguir partes componentes que sean, a su vez, también proposiciones, es decir, afirmaciones verdaderas o falsas; por ejemplo, en la proposición "La ballena es un mamífero" tenemos como partes los términos "ballena" y "mamífero", que *no* son proposiciones pues no son afirmaciones (y por tanto, no son verdaderos o falsos).

En cambio, a partir del ejemplo 9 tenemos proposiciones *compuestas* (o moleculares), en las que *sí* es posible distinguir partes que son, a su vez, proposiciones (además de ciertas expresiones como "y", "o", etc.).

Así, la proposición "Cuba es una isla y Baja California es una península" está compuesta en realidad por dos proposiciones simples:

a) "Cuba es una isla"
b) "Baja California es una península",

así como por la expresión "y", que sirve para enlazarlas y formar la proposición compuesta.

También es una proposición compuesta: "No es el caso que 4 es par", pues una parte de ella es, a su vez, una proposición: "4 es par"; la parte restante: "no es el caso que", es una expresión que indica negación.

Como nos interesa examinar las *relaciones entre proposiciones, independientemente de cuál sea su contenido,* simbolizaremos a las proposiciones *simples* mediante las literales minúsculas p, q, r. . . w. Representaremos a las proposiciones *compuestas* a partir de esas mismas literales, y mediante algunos símbolos especiales para las expresiones que nos permiten formar las proposiciones compuestas.

2.2. CONECTIVAS LÓGICAS Y TABLAS DE VERDAD

Se denominan *conectivas lógicas* las expresiones que sirven para formar proposiciones compuestas, a partir de las proposiciones simples. Hemos empleado y examinaremos las siguientes:

1.	"no es el caso que"	(negación)
2.	"y"	(conjunción)
3.	"o"	(disyunción)
4.	"si. . . entonces"	(condicional)
5.	"si y sólo si"	(bicondicional)

2.2.1. Negación

Dada una proposición, es posible negar su sentido en varias formas; por ejemplo, la proposición simple "El plomo es radioactivo" puede ser negada mediante las siguientes proposiciones compuestas:

a) "*No es el caso* que el plomo sea radioactivo."
b) "*No es cierto que* el plomo es radioactivo."
c) "*No ocurre que* el plomo es radioactivo."
d) "El plomo *no* es radioactivo."

En general, la negación puede reducirse a la palabra "no", que es una conectiva lógica a la que representaremos mediante el símbolo "$\sim$" (tilde) el cual, por convención, se coloca siempre a la izquierda de la proposición que niega. Por tanto, si representamos la proposición "El plomo es radioactivo" mediante la literal *q,* su negación se representaría así: ~q (que se lee "no q").

"El plomo es radioactivo"	"El plomo *no* es radioactivo"
q	~q

Hemos dicho que toda proposición es verdadera o falsa, por lo que al negar una proposición *cualquiera,* como p, ésta puede ser verdadera (V) o falsa (F).

(primera posibilidad)

(segunda posibilidad)

Negar una proposición es indicar que es falsa. Si negamos a p, siendo p verdadera (primera posibilidad), obtendremos una proposición, falsa; si, por lo contrario, negamos a p, siendo p falsa (segunda posibilidad), obtendremos una proposición verdadera. Es decir:

Si p es verdadera, ~p es falsa.
Si p es falsa, ~p es verdadera.

Esto se suele representar mediante una *tabla de verdad,* la cual muestra los *posibles valores de verdad* (verdadero o falso) de una proposición compuesta:

p	~p
V	F
F	V

Aclaremos, por último, que no sólo es posible negar proposiciones simples sino también las compuestas. Por ejemplo, podemos negar la proposición "El plomo no es radioactivo", que representamos con ~q, obteniendo así la proposición ~ ~q (no-no q). Obsérvese que:

q es falsa ("El plomo es radioactivo").
$\sim$q es verdadera ("El plomo no es radioactivo").
$\sim\sim$q es falsa ("No es cierto que el plomo no es radioactivo").

Igualmente podemos negar la proposición $\sim$p, obteniendo $\sim\sim$p, cuya tabla de verdad sería:

p	$\sim$p	$\sim\sim$p
V	F	V
F	V	F

2.2.2. Conjunción

Cuando la conectiva "y" es empleada para enlazar dos proposiciones, tiene el sentido de afirmar que son *simultáneamente verdaderas.* Por ejemplo, al decir: "Londres es la capital de Inglaterra y Cuba es una isla", la conectiva "y" tiene la función de indicar que las dos proposiciones conjuntadas son igualmente verdaderas.

Se simboliza la conjunción mediante el signo "$\wedge$", el cual se coloca entre las proposiciones conjuntadas, de tal modo que si r es la proposición "Londres es la capital de Inglaterra" y s es la proposición "Cuba es una isla", la conjunción de ambas se representará: r $\wedge$ s (que se lee "r y s").

Puesto que la conjunción de dos proposiciones cualesquiera indica la verdad simultánea de ambas, la proposición compuesta resultante es verdadera si *efectivamente* son verdaderas *ambas.* En otro caso, la proposición resultante será falsa. Así, por ejemplo, la proposición p $\wedge$ q es verdadera sólo si tanto p como q son verdaderas. Si p es verdadera pero q es falsa, p $\wedge$ q es falsa; si p es falsa y q es verdadera, p $\wedge$ q es falsa, e igualmente si son falsas tanto p como q.

Esto lo podemos resumir en una tabla de verdad de la conjunción:

p	q	p $\wedge$ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Las dos primeras columnas indican las posibles combinaciones (que son cuatro) de los valores de verdad en las proposiciones relacionadas por la conjunción. Esas combinaciones son: VV, VF, FV y FF.

La tercera columna indica el valor de verdad de p $\wedge$ q *correspondiente* a cada una de esas posibles combinaciones.

Mediante la conjunción es posible relacionar tanto proposiciones simples como compuestas; por ejemplo, puede conjuntarse la proposición simple p, con la proposición compuesta $\sim$q. De la proposición resultante, p $\wedge$ $\sim$q, también puede hacerse una tabla que muestre sus valores de verdad, de acuerdo con los valores de verdad de las proposiciones simples que en ella intervienen:

			2		
p	q	p	$\wedge$	$\sim$q	
V	V	V	F	F	a
V	F	V	V	V	b
F	V	F	F	F	c
F	F	F	F	V	d
1	1	3	4	3	

Los pasos seguidos al construir esta tabla de verdad fueron:

1. Anotar las cuatro posibles combinaciones de los valores de verdad, de las proposiciones simples que sirvieron para formar la proposición compuesta.
2. Analizar el *sentido* de la proposición compuesta, para determinar cuál es su *conectiva principal* (que en este caso es la *conjunción* de p con $\sim$q).
3. Anotar el valor de verdad de las proposiciones componentes, con respecto a la *conectiva principal.* En este caso se anotaron los valores de verdad de p, en primer término, y de $\sim$q, en segundo.
4. Anotar el valor de verdad de la conectiva principal. En el reglón a, la conjunción de p, verdadera, con $\sim$q, falsa, dio falso (F). En el renglón b, la conjunción de p, verdadera, con $\sim$q, verdadera, dio verdadero (V). En el renglón c, la

conjunción de p, falsa, con $\sim q$, falsa, dio falso (F). Y en el renglón d, la conjunción de p, falsa, con $\sim q$, verdadera, dio falso (F).

La tabla de verdad de la proposición $p \wedge \sim q$ nos muestra que es verdadera sólo cuando p es verdadera y q es falsa (renglón b).

En general, una tabla de verdad es un *procedimiento gráfico* que permite determinar los posibles valores de verdad de una proposición compuesta, a partir de las combinaciones de los valores de verdad de sus proposiciones simples componentes.

Ejercicio 1

Desarróllese la tabla de verdad de la proposición $\sim p \wedge q$

p	q	$\sim p$	$\wedge$	q
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Ejercicio 2

Desarróllese la tabla de verdad de la proposición $\sim p \wedge \sim q$

p	q	$\sim p$	$\wedge$	$\sim q$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

2.2.3. Disyunción

La conectiva "o", que se simboliza con el signo "V", tiene la función de enlazar dos proposiciones, indicando que *al menos una de ellas es verdadera* (aunque también pueden serlo ambas); por ejemplo, si r es la proposición "3 es un número primo" y s es la proposición "3 es un número natural", la proposición compuesta $r \vee s$ indica que cuando menos una de las proposiciones simples es verdadera. Como en este caso así sucede, la proposición $r \vee s$ es verdadera. En general, dada una proposición compuesta cuya conectiva es una disyunción, como $p \vee q$, será verdadera *si al menos una de las alternativas es verdadera* (y por supuesto, cuando las dos lo sean). Será falsa sólo cuando las dos alternativas sean falsas.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

En una disyunción las alternativas pueden ser tanto proposiciones simples como compuestas; por ejemplo, podemos poner en disyunción la proposición simple p, con la proposición compuesta $p \wedge q$, resultando $p \vee (p \wedge q)$. El paréntesis tiene la función de indicarnos que $p \wedge q$ se toma *como un todo,* del cual tenemos que averiguar primero su valor de verdad, antes de ponerlo en relación con p. Su tabla de verdad sería:

1º y 2º

p	q	p	$\vee$	$(p \wedge q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

3º

p	q	p	$\vee$	$(p \wedge q)$
V	V	V		V
V	F	V		F
F	V	F		F
F	F	F		F

4º

p	q	p	∨	(p ∧ q)
V	V	V	**V**	V
V	F	V	**V**	F
F	V	F	**F**	F
F	F	F	**F**	F

*

Pasos seguidos:

1º Anotar las combinaciones de los valores de verdad de p y q.
2º Determinar la conectiva principal: la disyunción.
3º Anotar el valor de verdad de las alternativas.
4º Anotar el valor de verdad de la conectiva principal.

Por otra parte, conviene aclarar que hemos utilizado la disyunción en sentido *inclusivo,* pues indica que alguna de las alternativas es verdadera, o incluso ambas lo son. Sin embargo, algunas veces se utiliza la expresión "o" en sentido *exclusivo,* como en la proposición:

1. "El protón tiene carga positiva o el protón tiene carga negativa",

cuyo sentido es que sólo una de las alternativas es verdadera, en tanto que la otra es falsa. Se excluye la posibilidad de que ambas sean verdaderas, pero también de que ambas sean falsas.

Podemos construir una proposición compuesta que represente el sentido exclusivo de la disyunción.

Si representamos:

con p: "El protón tiene carga positiva"
con q: "El protón tiene carga negativa"

y consideramos el *sentido* de la proposición 1 como:

"se da p y *no* se da q, *o no* se da p *y* se da q",

la proposición resultante será:

$$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

cuya interpretación sería:

> "El protón tiene carga positiva y no negativa, o bien, el protón no tiene carga positiva y tiene negativa".

La tabla de verdad de la proposición construida muestra en qué casos es verdadera una disyunción en sentido exclusivo: *cuando una de las alternativas es verdadera y la otra es falsa.*

p	q	$(p \wedge \sim q)$	$\vee$	$(\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	F
V	F	V	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	F	F
			*	

Obsérvese que pudimos construir una proposición que refleja o trasmite una disyunción en sentido exclusivo; para ello no hemos tenido que admitir una nueva conectiva, sino que hemos empleado las que ya teníamos: negación, conjunción y disyunción (en sentido inclusivo).

Ejercicio 3

Constrúyase una tabla de verdad para la proposición:

$$(p \vee \sim q) \vee p$$

2.2.4. Condicional

En la proposición compuesta:

"*Si* Marte es un planeta, *entonces* Marte brilla con luz refleja"

la expresión *"si... entonces"* es la conectiva llamada *condicional,* que se simboliza con el signo "$\longrightarrow$", el cual se escribe entre las dos proposiciones relacionadas por esta conectiva. El ejemplo anterior se puede simbolizar entonces:

$$r \longrightarrow s \quad (\text{“si r, entonces s”}),$$

donde r es la proposición "Marte es un planeta", en tanto que s es la proposición "Marte brilla con luz refleja".

Al relacionar dos proposiciores con esta conectiva es muy importante distinguir la que queda a la izquierda del signo "$\longrightarrow$", a la cual se llama *antecedente,* de la que queda a la derecha del signo, a la que se llama *consecuente.*

$$\boxed{r} \longrightarrow \boxed{s}$$

antecedente consecuente

El sentido de esta conectiva es señalar, que *si la proposición antecedente es verdadera, también lo es la proposición consecuente;* es decir, basta o es suficiente que el antecedente sea verdadero, para que el consecuente también sea verdadero. De aquí que una proposición compuesta en la que la conectiva es condicional, será *falsa* si siendo verdadero el antecedente, es falso el consecuente. La proposición será *verdadera* en los demás casos, en los que *no ocurre* que el antecedente es verdadero y el consecuente falso. La tabla de verdad de la condicional es, entonces:

p	q	$p \longrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

La proposición $p \longrightarrow q$ es falsa cuando el antecedente p es verdadero y el consecuente q es falso. Es verdadera en los demás casos.

Al utilizar la condicional se indica que si el antecedente es verdadero, entonces también el consecuente es verdadero. Formaremos una proposición compuesta que tenga el *mismo sentido,* es decir, que *exprese lo mismo* que una proposición condicional, aunque sin utilizar esta conectiva.

Tomemos las siguientes proposiciones elementales:

1. "2 es factor de 8" (que representaremos con p), y
2. "8 es par" (que representaremos con q).

La proposición compuesta condicional será:

"Si 2 es factor de 8, entonces 8 es par."
Simbólicamente: $p \longrightarrow q$

Esta otra proposición compuesta tiene el mismo sentido:

"*No ocurre que:* 2 sea factor de 8 *y* 8 *no* sea par."
Simbólicamente: $\sim (p \wedge \sim q)$

(Obsérvese que se empieza con una negación, seguida de dos puntos; esto lo hemos interpretado como una negación que afecta a *todo* lo que sigue después, por lo que hemos encerrado entre paréntesis ese *todo* al expresarlo simbólicamente.)

Las proposiciones: a) $p \longrightarrow q$, b) $\sim(p \wedge \sim q)$ tienen el mismo sentido:

a) $p \longrightarrow q$ (si p es verdadera, entonces q es verdadera).

b) $\sim(p \wedge \sim q)$ (no sucede que p sea verdadera y q sea falsa).*

Puesto que estas dos proposiciones tienen el mismo sentido, también tienen la misma tabla de verdad, pues son verdaderas o falsas en los mismos casos (es decir, con las mismas combinaciones de los valores de verdad de las proposiciones simples componentes).

p	q	$\sim$	$(p \wedge \sim q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F
		*	

* Recuérdese que negar una proposición es indicar que es falsa; en la proposición b), $\sim q$ indica la falsedad de q.

p	q	$p \longrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
V	V	V
F	F	V

*

Ejercicio 4

Constrúyase una tabla de verdad para la proposición

$$(p \longrightarrow q) \wedge p$$

2.2.5. Bicondicional

La expresión "si y sólo si" es una conectiva lógica que se simboliza con el signo "$\longleftrightarrow$", y que al relacionar dos proposiciones indica que el valor de verdad de ambas es el mismo, ya sea verdadero o falso. Así, $p \longleftrightarrow q$ (se lee: "p si y sólo si q") es una proposición que significa que *si* p es verdadera, *entonces* q también es verdadera *y si* q es verdadera, *entonces* p también es verdadera. En realidad la conectiva bicondicional es la conjunción (y) de dos proposiciones condicionales (si... entonces). Es decir, la proposición $p \longleftrightarrow q$ tiene el mismo sentido que la proposición $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow p)$. (Recuérdese que en una proposición condicional se afirma que si la proposición antecedente es verdadera, también lo es la proposición consecuente.) En consecuencia, la tabla de verdad de $p \longleftrightarrow q$ es la misma que la de $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow p)$, pues estas dos proposiciones son iguales entre sí.

p	q	$(p \longrightarrow q)$	$\wedge$	$(q \longrightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

*

p	q	$p \longleftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

*

Ejercicio 5

Constrúyase una tabla de verdad para la proposición

$$(p \longleftrightarrow q) \wedge \sim p$$

2.2.6. Tablas de verdad

Hemos estado empleando las tablas de verdad en las secciones anteriores, con el fin de mostrar los posibles valores de verdad de proposiciones compuestas.

Dada una proposición compuesta, de la cual conozcamos tanto su forma como su contenido, no se necesita construir una tabla de verdad para saber si es verdadera o falsa cuando sabemos el valor de verdad de sus proposiciones simples componentes; por ejemplo, de acuerdo con la forma de la proposición:

"Si la ballena es mamífero, entonces la ballena tiene respiración pulmonar"

podemos representarla como $r \longrightarrow s$, siendo r verdadera ("La ballena es un mamífero") y siendo s verdadera ("La ballena tiene respiración pulmonar"). Sabemos, por tanto, que $r \longrightarrow s$ es verdadera, sin necesidad de hacer toda una tabla de verdad:

$$\underbrace{\begin{matrix} r & \longrightarrow & s \\ V & & V \end{matrix}}_{V}$$

Pero —esto es muy importante— en la parte de la lógica de la que nos ocupamos, nos interesa analizar las formas en que se relacionan unas proposiciones con otras, *independientemente de su contenido.*

En proposiciones como "Venus es una estrella o Venus es un planeta y si Venus es un planeta, entonces Venus brilla con luz refleja" *abstraemos* (es decir, "separamos") del contenido *su forma,* la que podemos representar como:

$$(p \vee q) \wedge (q \longrightarrow r).$$

Una vez abstraída la forma de una proposición, hemos de determinar en qué casos es verdadera y en qué casos es falsa, lo cual depende (o está en función) de los valores de verdad de las proposiciones simples que intervienen en la proposición compuesta, así como de las conectivas lógicas empleadas.

Pueden formarse proposiciones compuestas:
a partir de *una* proposición simple, como en

$$\boxed{\sim p};$$

a partir de *dos* proposiciones simples, como en

$$\boxed{p \wedge q};$$

de *tres* proposiciones simples, como en

$$\boxed{(p \vee q) \wedge (q \longrightarrow r)};$$

o, aún más, como en

$$\boxed{(p \vee q) \vee (r \vee s)}.$$

En toda tabla de verdad, de cualquier proposición compuesta, han de anotarse en primer lugar los posibles valores de verdad de las proposiciones simples que en ella intervienen. Si en la proposición compuesta sólo hay una proposición simple (como en $\sim p$), únicamente hay dos posibles valores de verdad:

	p	
1º	V	
2º	F	

Si en la proposición compuesta hay dos proposiciones simples (como en $p \wedge q$), habrá entonces cuatro posibles combinaciones de sus valores de verdad:

	p	q	
1ª	V	V	
2ª	V	F	
3ª	F	V	
4ª	F	F	

Si en la proposición compuesta hay tres proposiciones simples, como en $(p \vee q) \wedge (q \longrightarrow r)$, serán ocho las posibles combinaciones de sus valores de verdad:

	p	q	r	
1ª	V	V	V	
2ª	V	V	F	
3ª	V	F	V	
4ª	V	F	F	
5ª	F	V	V	
6ª	F	V	F	
7ª	F	F	V	
8ª	F	F	F	

En general, el número de *combinaciones de los valores de verdad* de proposiciones simples se puede determinar de acuerdo con la fórmula:

$$\boxed{2^n}$$

donde n es el número de proposiciones simples que intervienen en una proposición compuesta. De acuerdo con la fórmula resultan:

- con una proposición simple: $2^1 = 2$ combinaciones;
- con dos proposiciones simples: $2^2 = 4$ combinaciones;

- con tres proposiciones simples: $2^3 = 8$ combinaciones;
- con cuatro proposiciones simples: $2^4 = 16$ combinaciones, etc.

Es conveniente seguir un mismo procedimiento para anotar las combinaciones posibles, de acuerdo con el número de proposiciones simples componentes. Cuando sólo hay una proposición simple, es claro que no caben más que dos posibilidades:

p
V
F

Cuando existan dos proposiciones simples es conveniente que, una vez hechas dos columnas (una por proposición), empecemos por anotar en la última columna primero una V y luego una F, y continuar así, con este orden, hasta completar la columna:

p	q
	V
	F
	V
	F

Ya anotados los valores de verdad de la última columna, entonces se llena la columna que está a la izquierda, empezando también con V, pero ahora de dos en dos valores:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Cuando sean tres las proposiciones simples, una vez hechas las tres columnas también se empieza con la última, en la que se anota una V y una F, alternadamente, hasta completar la columna:

p	q	r
		V
		F
		V
		F
		V
		F
		V
		F

Pasamos luego a llenar la columna que está a la izquierda de la que ya completamos, empezando también con (V) pero anotando de dos en dos los valores:

p	q	r
	V	V
	V	F
	F	V
	F	F
	V	V
	V	F
	F	V
	F	F

Ahora se escribirán los valores de la columna que está a la izquierda, también empezando con (V), pero anotando de cuatro en cuatro los valores:

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

También en los casos en los que hay cuatro o más proposiciones simples componentes, determinaremos las posibles combinaciones y las anotaremos siguiendo el mismo procedimiento:

1º Hacer tantas columnas como proposiciones simples tengamos.
2º Determinar el número de combinaciones que obtendremos, de acuerdo con la fórmula que antes vimos: 2^n.
3º Contar tantos renglones como combinaciones nos resulten.
4º Empezar a llenar la última columna, anotando primero *un* valor y luego otro.
5º Siempre se empiezan todas las columnas con el valor V .
6º Siempre se duplica la presentación de cada valor, en la columna que está a la izquierda de la ya llenada.

Una vez determinadas las posibles combinaciones de los valores de verdad, de las proposiciones simples que intervienen en una proposición compuesta, es preciso analizar cuáles son las conectivas lógicas que se emplean y, sobre todo, en qué orden han de efectuarse las operaciones lógicas de negar, conjuntar, poner en disyunción, etc. Para esto es preciso establecer algunas reglas convencionales de notación e interpretación:

1. Se utilizan paréntesis para indicar que una proposición compuesta se toma como un todo. Por ejemplo, si la proposición $p \wedge q$ es tomada como el antecedente de una condicional cuyo consecuente es r, la notación será: $(p \wedge q) \longrightarrow r$. Si, en cambio, a la proposición p se le conjunta con la proposición $q \longrightarrow r$, la notación será $p \wedge (q \longrightarrow r)$. Obsérvese, en las tablas de verdad de estas

proposiciones, la diferencia en sus resultados finales (marcados por asteriscos):

p	q	r	$(p \wedge q)$	$\longrightarrow$	r
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F
				*	

p	q	r	p	$\wedge$	$(q \longrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	V
F	F	F	F	F	V
				*	

En las dos tablas de verdad primero se determinó el valor de verdad de las proposiciones encerradas en los paréntesis (en la primera tabla $(p \wedge q)$; en la segunda $(q \longrightarrow r)$.

2. Se utilizan corchetes: [ ] para indicar que una proposición compuesta se toma como un todo, aunque en ella aparezcan paréntesis. Por ejemplo, si la proposición $p \wedge (q \longrightarrow r)$ es una alternativa de una disyunción que tiene como segunda alternativa la pro-

posición p, la notación será: $[p \land (q \longrightarrow r)] \lor p$. En la tabla de verdad respectiva primero se determina el valor de verdad de la proposición encerrada entre corchetes:

p	q	r	$[p \land (q \longrightarrow r)]$	$\lor$	p
V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F
F	F	F	F	F	F
				*	

3. El símbolo de negación $(\sim)$ invierte el valor de verdad de la proposición que está *inmediatamente* a su derecha, sea simple o compuesta. Si a continuación del símbolo de una negación se encuentra alguna de las literales p, q, r. . . w, la negación invierte exclusivamente el valor de verdad de tal literal. Por ejemplo, si r es verdadera y s es verdadera, $r \lor s$ es verdadera, y también lo es $\sim r \lor s$.

$$\underbrace{\underbrace{r}_{V} \lor \underbrace{s}_{V}}_{V} \qquad\qquad \underbrace{\underbrace{\sim \underbrace{r}_{V}}_{F} \lor \underbrace{s}_{V}}_{V}$$

En este caso la negación *sólo* invirtió el valor de verdad de la proposición r.

Si a continuación del símbolo de una negación se encuentra un paréntesis, la negación invierte el valor de verdad de la proposición que está dentro del paréntesis, *tomada como un todo;* por ejemplo, si p es verdadera y q es verdadera, $p \lor q$ es verdadera, en tanto que $\sim(p \lor q)$ es falsa.

$$\underbrace{\underbrace{p}_{V} \vee \underbrace{q}_{V}}_{V} \qquad\qquad \underbrace{\sim\underbrace{(\underbrace{p}_{V} \vee \underbrace{q}_{V})}_{V}}_{F}$$

Igualmente, si a continuación de una negación se encuentra un corchete, la negación invierte el valor de verdad de la proposición que está dentro de los corchetes, *tomada como una sola proposición;* por ejemplo, si queremos negar la proposición $\sim(p \vee q)$ —que según el ejemplo anterior es falsa—, la notación correspondiente será: $\sim[\sim(p \vee q)]$ (que será entonces verdadera).

$$\underbrace{\sim\underbrace{[\sim(p \vee q)]}_{F}}_{V}$$

De acuerdo con las reglas anteriores, podemos construir tablas de verdad de proposiciones compuestas más complejas, como la siguiente:

2

p	q	$\sim$	$[\sim$	$(p \longrightarrow q)$	$\wedge$	$\sim p]$	$\longrightarrow$	$[\sim$	$(p \longleftrightarrow q)$	$\wedge$	$p]$
V	V	V	F	V	F	F	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	F	F
1	1	3					↓			3	

En general, para construir esta tabla de verdad hemos seguido los mismos pasos que indicamos en las secciones 2.2.2 y 2.2.3:

1º Anotar las combinaciones de los valores de verdad de las proposiciones simples componentes.

2° Determinar cuál es la conectiva principal; en este caso se trata de una condicional cuyas partes son:

a) antecedente:

$$\sim[\sim(p \longrightarrow q) \wedge \sim p]$$

b) consecuente:

$$[\sim(p \longleftrightarrow q) \wedge p]$$

3° Anotar el valor de verdad de las proposiciones componentes con respecto a la conectiva principal; en este ejemplo se determinó el valor del antecedente a y del consecuente b. Esto requirió hacer previamente las siguientes operaciones lógicas:

a) para el antecedente:

1. Determinar el valor de verdad de $(p \longrightarrow q)$
2. Determinar el valor de verdad de $\sim(p \longrightarrow q)$
3. Determinar el valor de verdad de $\sim p$.
4. Conjuntar los valores de verdad de $\sim(p \longrightarrow q)$ con los de $\sim p$.
5. Invertir los valores de verdad hallados en la conjunción, para obtener los de $\sim[\sim(p \longrightarrow q) \wedge \sim p]$

b) para el consecuente:

1. Determinar el valor de verdad de $(p \longleftrightarrow q)$
2. Determinar el valor de verdad de $\sim(p \longleftrightarrow q)$
3. Determinar el valor de verdad de p
4. Conjuntar los valores de verdad de $\sim(p \longleftrightarrow q)$ con los de p

4° Anotar el valor de verdad de la conectiva principal.

Ejercicio 6

Constrúyase una tabla de verdad para la siguiente proposición:

$$[\sim(p \longrightarrow q) \vee (p \longleftrightarrow q)] \wedge [(\sim p \longrightarrow q) \vee \sim p]$$

2.3. PROPOSICIONES TAUTOLÓGICAS, CONTRADICTORIAS E INDETERMINADAS (CONTINGENTES)

Examínense las tablas de verdad de las siguientes proposiciones:

p	q	p	$\longrightarrow$	$(p \vee q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F
			*	

p	q	$(p \wedge q)$	$\wedge$	$\sim p$
V	V	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V
			*	

p	q	p	$\longleftrightarrow$	$\sim q$
V	V	V	F	F
V	F	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V
			*	

Encontramos que:

a) La primera proposición $p \longrightarrow (p \vee q)$ es *verdadera en todos los casos.*

b) La segunda proposición $(p \wedge q) \wedge \sim p$ es *falsa en todos los casos.*

c) La tercera proposición $p \longrightarrow \sim q$ es *verdadera en dos casos y falsa en otros dos.*

De proposiciones como las anteriores se dice que son, respectivamente, *tautológicas, contradictorias* o *indeterminadas* (llamadas también *contingentes)*.

Una *proposición tautológica* es una proposición compuesta que es *verdadera en todos los casos,* cualquiera que sea el valor de verdad de sus proposiciones simples componentes. La proposición tautológica (o tautología) es siempre verdadera por su *forma lógica,* es decir, por la forma en que se relacionan sus proposiciones simples componentes.

Como veremos más adelante, las tautologías son proposiciones sumamente útiles, justamente porque no se da en ellas la falsedad bajo ninguna circunstancia, como lo prueban las tablas de verdad correspondientes.

Una *proposición contradictoria* es una proposición compuesta que es *falsa en todos los casos,* cualquiera que sea el valor de verdad de sus proposiciones simples. Igual que en la tautología, la proposición contradictoria (o contradicción) es siempre falsa por su *forma lógica,* independientemente del valor de verdad y del contenido de las proposiciones simples que en ella intervengan.

Puesto que la negación invierte los valores de verdad de una proposición, al negar una tautología obtenemos una contradicción, y viceversa: al negar una contradicción obtenemos una tautología. Así, al negar la tautología $p \longrightarrow (p \vee q)$ obtenemos la contradicción $\sim[p \longrightarrow (p \vee q)]$, que es una proposición falsa en todos los casos, como lo podemos comprobar mediante su respectiva tabla de verdad.

Al negar la contradicción $(p \wedge q) \wedge \sim p$ obtenemos la tautología $\sim[(p \wedge q) \wedge \sim p)]$, que es una proposición verdadera en todos los casos, como igualmente lo podemos comprobar mediante una tabla de verdad.

p	q	$\sim[p \longrightarrow (p \vee q)]$	
V	V	F	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V
		*	

p	q	$\sim[(p \wedge q) \wedge \sim p)]$	
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	V	F
		*	

Una *proposición indeterminada* (llamada también *contingente)* es una proposición compuesta que es *verdadera en algunos casos y falsa* *en otros,* dependiendo del valor de verdad de sus proposiciones simples componentes.

Son proposiciones de las que tenemos que determinar las combinaciones de los valores de verdad que las hacen verdaderas o falsas y, por ello, su valor de verdad depende no de la forma lógica sino del valor de verdad de sus proposiciones simples componentes.

Ejercicio 7

Utilizando las tablas de verdad, determínese cuáles de las siguientes proposiciones son tautológicas, contradictorias o indeterminadas (contingentes).

1. $\sim p \vee q$ ________________
2. $(p \wedge q) \longrightarrow p$ ________________
3. $\sim[(p \wedge q) \longrightarrow p]$ ________________
4. $p \longleftrightarrow \sim p$ ________________
5. $p \vee \sim p$ ________________
6. $q \longrightarrow q$ ________________
7. $(p \vee \sim p) \wedge (q \longrightarrow q)$ ________________
8. $(p \longleftrightarrow \sim p) \wedge (p \vee \sim p)$ ________________
9. $(p \longleftrightarrow \sim p) \vee (p \vee \sim p)$ ________________
10. $(\sim p \vee q) \longleftrightarrow (p \longrightarrow q)$ ________________

2.4. VERDAD FORMAL Y VERDAD EMPÍRICA

Toda proposición es verdadera o falsa. Podemos distinguir, sin embargo, las que lo son por su pura forma lógica, independientemente de los hechos de la realidad (como las tautologías y contradicciones), de las que lo son, según reflejen o no la realidad fielmente. La verdad de las primeras es una *verdad formal,* es decir, una verdad que depende exclusivamente del modo en que se relacionan entre sí las proposiciones, sin que los hechos puedan servir para confirmar o refutar este tipo de verdad. La proposición $\sim(p \wedge \sim p)$, por ejemplo, es una proposición verdadera formalmente (su tabla de verdad muestra que es una tautología), y los hechos o fenómenos reales ni la justifican ni pueden servir para refutarla.

p	$\sim(p \wedge \sim p)$	
V	V	F
F	V	F
	*	

Sea cual fuere el contenido de p, sea verdadero o falso, la proposición $\sim(p \wedge \sim p)$ es siempre verdadera.

En cambio, proposiciones como $p \wedge q$ son verdaderas si y sólo si sus proposiciones componentes lo son, para lo cual hemos de examinar si su contenido refleja la realidad tal como es o no. Por ejemplo, si p significa "Praga es la capital de Checoslovaquia", en tanto que q significa "Checoslovaquia es un país europeo", la conjunción de p y q es una proposición verdadera, pues lo son sus proposiciones simples componentes. Ahora bien, la verdad de éstas es una verdad que se constata o comprueba *con los hechos, con la experiencia de los mismos*; es una *verdad empírica* (*empereia* significa *experiencia,* en griego). Para determinar si una proposición es verdadera formalmente sólo necesitamos analizar su forma; para decidir, en cambio, si una proposición es verdadera empíricamente, hemos de comparar los hechos de la realidad con el contenido de la proposición.

La lógica no es una ciencia que permita decidir si una proposición es empíricamente verdadera; esto es más bien el propósito de las ciencias fácticas, es decir, las que estudian los hechos de la realidad, como la física, la química, etc. (*factum* significa *hecho,* en latín). No será en lógica donde se compruebe, por ejemplo, la verdad o falsedad empírica de la proposición "El rinoceronte es herbívoro", sino en zoología. En cambio, la lógica sí se ocupa de estudiar las verdades formales, sus estructuras y sus leyes, de manera que sea posible determinar si una proposición cualquiera, con un contenido variable, es verdadera o falsa formalmente, es decir, independientemente de los hechos a los que se refiere.

3

ARGUMENTOS EN LA LÓGICA PROPOSICIONAL

3.1. COMPOSICIÓN DE UN ARGUMENTO

Un argumento es una *secuencia* o *serie* de proposiciones en la que una de ellas, llamada *conclusión,* se obtiene o desprende de las restantes, llamadas *premisas.* El siguiente es un ejemplo de argumento que consta de tres proposiciones:

1. Si el mercurio es un metal, entonces el mercurio es buen conductor de la electricidad.
2. El mercurio es un metal.
   Luego...
3. El mercurio es un buen conductor de la electricidad.

Las dos primeras proposiciones son las premisas de las que se desprende u obtiene la tercera proposición, que es la conclusión.

Por otra parte, un argumento lo podemos representar utilizando los símbolos que hemos empleado para representar las proposiciones compuestas, e introduciendo el símbolo "$\vdash$" para representar a la palabra "luego" (o "por consiguiente"):

$$\text{premisas}\begin{cases}1.\ \ p \longrightarrow q\\ 2.\ \ p\end{cases}$$

$$\vdash$$

$$\text{conclusión}\ \{\ 3.\ \ q$$

3.2. VALIDEZ LÓGICA DE UN ARGUMENTO

Aunque los argumentos están constituidos por proposiciones, no son verdaderos o falsos, sino correcta o incorrectamente construidos, *válidos* o *no válidos*. En realidad, sólo nos ocuparemos de analizar la validez de los argumentos deductivos, caracterizados porque en ellos la conclusión se obtiene *necesariamente* de las premisas.

En un argumento tenemos la posibilidad de obtener una proposición nueva (la conclusión), a partir de proposiciones previamente establecidas (las premisas). Los argumentos nos permiten así ampliar nuestro conocimiento de la realidad, pues podemos obtener nuevas proposiciones verdaderas a partir de las que ya hemos aceptado como verdaderas. Precisamente en esto consiste la validez de un argumento: en que no ocurra que siendo verdaderas las premisas de las que partimos, sea falsa la conclusión a la que llegamos. Es decir, un argumento *no es válido si:* siendo verdaderas las premisas, es falsa la conclusión. En *todos los demás casos* el argumento *es válido,* o sea: cuando las premisas son verdaderas y la conclusión es verdadera, cuando las premisas son falsas y la conclusión verdadera, y cuando las premisas son falsas y la conclusión es falsa. Resumiendo:

Si las premisas son...	y la conclusión es...	el argumento es...	
Verdaderas	Verdadera	VÁLIDO	
Verdaderas	**Falsa**	**NO VÁLIDO**	*
Falsas	Verdadera	VÁLIDO	
Falsas	Falsa	VÁLIDO	

Este esquema recuerda a la tabla de verdad de la condicional:

p	q	$p \longrightarrow q$	
V	V	V	
V	**F**	**F**	*
F	V	V	
F	F	V	

En efecto, todo argumento puede representarse mediante una proposición condicional *cuyo antecedente son las premisas y cuyo consecuente es la conclusión:*

$$\boxed{P \longrightarrow C}$$

Por ejemplo, el argumento:

1. Si Venus es un planeta, entonces Venus brilla con luz refleja.
2. Venus es un planeta.
   Luego...
3. Venus brilla con luz refleja,

que podemos simbolizar en su forma como

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & r \longrightarrow s \\ 2. & r \end{array}\right\} \quad \textit{premisas} \quad (P)$$

$$\left.\begin{array}{ll} & \vdash \\ 3. & s \end{array}\right\} \quad \textit{conclusión} \quad (C).$$

Lo que se indica en este argumento es que *si* se tienen las premisas (P) de las líneas 1 y 2, *entonces* puede obtenerse la conclusión (C) de la línea 3 (o que si las premisas son verdaderas, también lo es la conclusión):

$$P \longrightarrow C$$

P representa a las premisas $r \longrightarrow s$ *y* r, o sea:

$$\underbrace{(r \longrightarrow s) \land r}_{P}$$

C representa a la conclusión s, por lo que el argumento se puede representar mediante la proposición compuesta

$$\underbrace{[(r \longrightarrow s) \land r]}_{(P)} \longrightarrow \underbrace{s}_{(C)}$$

Con el argumento:

1. $r \longrightarrow s$
2. r

$\vdash$

3. s

hemos construido la proposición

$$[(r \longrightarrow s) \wedge r] \longrightarrow s$$

de la cual podemos hacer una tabla de verdad que nos muestre si hay algún caso en el que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. *Si ello no ocurre, entonces el argumento es válido.*

r	s	$[(r \longrightarrow s) \wedge r]$	$\longrightarrow$	s
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F
			*	

La proposición $[(r \longrightarrow s) \wedge r] \longrightarrow s$ resultó ser una *tautología,* por lo que *en ningún caso* las premisas fueron verdaderas y la conclusión falsa. Es decir, el argumento respectivo es *válido.*

En general, todo argumento es válido si al ser transformado en una proposición condicional, ésta resulta ser tautológica.

Examinemos ahora si es válido el argumento que mencionamos en la sección 1.3:

1. Si en la Luna hay vida, entonces en la Luna hay agua.
2. No ocurre que en la Luna hay vida.
   Luego. . .
3. No es cierto que en la Luna hay agua.

Simbólicamente:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & r \longrightarrow s \\ 2. & \sim r \end{array}\right\} \text{premisas}$$

$$\vdash$$

$$\left.\begin{array}{ll} 3. & \sim s \end{array}\right\} \text{conclusión}$$

La proposición condicional respectiva es:

$$\underbrace{[(r \longrightarrow s) \wedge \sim r]}_{\text{premisas (P)}} \longrightarrow \underbrace{\sim s}_{\text{conclusión (C)}}$$

r	s	$[(r \longrightarrow s) \wedge \sim r]$	$\longrightarrow$	$\sim s$
V	V	F	V	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V
			*	

Su tabla de verdad muestra que hay *un caso* en el que las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa. La proposición *no es tautológica* y el argumento respectivo *no es válido.*

Hemos utilizado las tablas de verdad para demostrar si un argumento es válido o no. Para ello, hemos transformado los argumentos en proposiciones condicionales del tipo

$$P \longrightarrow C$$

donde P es la *conjunción* de premisas y C es la conclusión obtenida. Aunque el procedimiento es eficaz, resulta lento, sobre todo cuando en el argumento hay más de dos premisas con varias proposiciones simples componentes. Por ello conviene buscar algún otro procedimiento que, siendo igualmente eficaz, sea más sencillo. Esto lo veremos en las siguientes secciones.

Ejercicio 8

Demuéstrese, *mediante una tabla de verdad,* si es válido o no el siguiente argumento:

1. Los fantasmas existen o los fantasmas son producto de la imaginación.
2. No es cierto que los fantasmas existen.
   Luego...
3. Los fantasmas son producto de la imaginación.

Simbólicamente:

1. $r \vee s$
2. $\sim r$
   $\vdash$
3. s

Ejercicio 9

Demuéstrese, *mediante una tabla de verdad,* si es válido o no el siguiente argumento:

1. Si Madrid es la capital de España, entonces Madrid es una ciudad europea.
2. Madrid es una ciudad europea.
   Luego...
3. Madrid es la capital de España.

Simbólicamente:

1. $p \longrightarrow q$
2. q
   $\vdash$
3. p

3.3. LEYES DE IMPLICACIÓN

Se dice que una proposición compuesta es una *implicación, cuando es tautológica y su conectiva principal es una condicional.* De acuerdo con esta definición, $p \longrightarrow p$ es una implicación, pues es una proposición tautológica y su única conectiva es una condicional. En cambio, $\sim(p \wedge \sim p)$ no es una implicación, pues aunque es tautológica, en esta proposición la conectiva principal no es una condicional.

p	$p \longrightarrow p$
V	V
F	V

p	$\sim(p \wedge \sim p)$	
V	V	F
F	V	F
	*	

Por otra parte, recuérdese que todo argumento *válido* se puede expresar mediante una proposición *tautológica,* cuya conectiva principal es una *condicional.* Es decir, *todo argumento válido tiene la forma de una implicación.*

Las *leyes de implicación* son las *formas básicas que pueden tener los argumentos válidos,* de modo que si un argumento *cualquiera* tiene la *misma forma* que una *ley de implicación,* entonces es un *argumento válido.*

Las leyes de implicación más importantes son las siguientes:

a) ***Modus ponendo ponens*** (m.p.p.)

1. $p \longrightarrow q$
2. p

   $\vdash$

3. q

Si un argumento cualquiera tiene *esta forma,* es un argumento *válido,* pues puede transformarse en una implicación:

$$[(p \longrightarrow q) \wedge p] \longrightarrow q$$

Por ejemplo, el argumento:

1. Si Venus es un planeta, entonces Venus brilla con luz refleja.
2. Venus es un planeta.

   Luego...

3. Venus brilla con luz refleja.

tiene justamente la forma:

1. $p \longrightarrow q$
2. p
   $\vdash$
3. q

por lo que el argumento es válido.

Si en un argumento cualquiera se encuentran como premisas:

a) una proposición condicional (como $p \longrightarrow q$), y
b) el *antecedente* de la misma proposición condicional (p),

la ley *modus ponendo ponens* nos permite obtener, *como conclusión,* el *consecuente de la proposición condicional.*

Así, de las premisas:

1. Si Suecia es una democracia, entonces el pueblo sueco determina su forma de gobierno y el pueblo elige a sus gobernantes.
2. Suecia es una democracia.

Cuya expresión simbólica sería:

1. $p \longrightarrow (q \wedge r)$
2. p

Aplicando el *modus ponendo ponens* podemos tener como conclusión:

3. $q \wedge r$ (El pueblo sueco determina su forma de gobierno y el pueblo elige a sus gobernantes),

que es el consecuente de la proposición condicional de la premisa 1, cuyo antecedente se da después en la premisa 2.

b) *Modus tollendo tollens* (m.t.t.)

1. $p \longrightarrow q$
2. $\sim q$
   $\vdash$
3. $\sim p$

Un argumento con *esta forma* es *válido,* pues se puede transformar en una implicación:

$$[(p \longrightarrow q) \wedge \sim q] \longrightarrow \sim p$$

Si en un argumento cualquiera se encuentran como premisas:

a) una proposición condicional (como $p \longrightarrow q$), y
b) la *negación del consecuente* de la misma proposición condicional ($\sim q$)

la ley *modus tollendo tollens* nos permite obtener, *como conclusión, la negación del antecedente* de la proposición condicional.

Por ejemplo, a partir de las premisas:

1. Si la riqueza hace felices a los hombres, entonces la riqueza hace buenos a los hombres.
2. No es cierto que la riqueza hace buenos a los hombres.

Aplicando el *modus tollendo tollens* obtendremos como conclusión:

3. No es cierto que la riqueza hace felices a los hombres.

La forma del argumento es:

1. $p \longrightarrow q$
2. $\sim q$

$\vdash$

3. $\sim p$

Otro ejemplo de argumento en el que la conclusión se obtiene mediante el *modus tollendo tollens* es:

1. Si el delfín es un pez, entonces: el delfín es ovíparo y tiene branquias.
2. No es cierto que: el delfín es ovíparo y tiene branquias. Luego... .
3. No es cierto que el delfín es un pez.

Simbólicamente, su forma es:

1. $p \longrightarrow (q \wedge r)$

2. $\sim(q \wedge r)$
$\vdash$
3. $\sim p$

c) *Modus tollendo ponens* (m.t.p.)

1. $p \vee q$		1. $p \vee q$
2. $\sim p$	o bien	2. $\sim q$
$\vdash$		$\vdash$
3. q		3. p

La implicación respectiva es:

$[(p \vee q) \wedge \sim p] \longrightarrow q$, o bien $[(p \vee q) \wedge \sim q] \longrightarrow p$

Si en un argumento cualquiera se encuentran como premisas:

a) una proposición disyuntiva (como $p \vee q$), y
b) la *negación de una de sus alternativas* ($\sim p$)

la ley *modus tollendo ponens* nos permite obtener, *como conclusión, la otra alternativa.*

Así, dadas las premisas:

1. El agua es un elemento o el agua es un compuesto.
2. No es cierto que el agua es un elemento.

Si utilizamos el *modus tollendo ponens* podremos establecer como conclusión:

3. El agua es un compuesto.

Simbólicamente:

1. $p \vee q$
2. $\sim p$
$\vdash$
3. q

Otro ejemplo de argumento en el que se aplica el *modus tollendo ponens:*

1. Los procesos psíquicos son naturales y están sometidos a leyes naturales, o bien, los procesos psíquicos son sobrenaturales.
2. No es cierto que los procesos psíquicos son sobrenaturales. Luego. . .
3. Los procesos psíquicos son naturales y están sometidos a leyes naturales.

Su forma, simbólicamente, es:

1. $(p \wedge r) \vee q$
2. $\sim q$
$\vdash$
3. $p \wedge r$

d) ***Ley del silogismo hipotético*** (s.h.)

1. $p \longrightarrow q$
2. $q \longrightarrow r$
$\vdash$
3. $p \longrightarrow r$

La implicación respectiva es:

$$[(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r)] \longrightarrow (p \longrightarrow r)$$

Si en un argumento cualquiera se encuentran como premisas:

a) una proposición condicional (como $p \longrightarrow q$), y
b) una segunda proposición condicional, cuyo antecedente es el consecuente de la primera proposición condicional ($q \longrightarrow r$)

la ley del *silogismo hipotético* hace posible extraer *como conclusión, otra proposición condicional cuyo antecedente sea el de la primera premisa y cuyo consecuente sea el mismo que el de la segunda premisa.*

Por ejemplo, de las premisas:

1. Si un hombre es libre, entonces es responsable de su conducta.
2. Si un hombre es responsable de su conducta, entonces evita realizar acciones negativas.

Es posible, mediante el silogismo hipotético, extraer la conclusión:

3. Si un hombre es libre, entonces evita realizar acciones negativas.

La forma de este argumento es:

1. $p \longrightarrow q$
2. $q \longrightarrow r$
   $\vdash$
3. $p \longrightarrow r$

Otro ejemplo de aplicación del silogismo hipotético es:

1. Si la astrología es un mito, entonces la astrología distorsiona un aspecto de la realidad.
2. Si la astrología distorsiona un aspecto de la realidad, entonces los astrólogos son gente de poco fiar.
   Luego...
3. Si la astrología es un mito, entonces los astrólogos son gente de poco fiar.

En símbolos, tenemos:

1. $r \longrightarrow s$		1. $p \longrightarrow q$
2. $s \longrightarrow t$	o si se	2. $q \longrightarrow r$
$\vdash$	prefiere:	$\vdash$
3. $r \longrightarrow t$		3. $p \longrightarrow r$

e) ***Ley de simplificación*** **(simpl.)**

1. $p \wedge q$		1. $p \wedge q$
$\vdash$	o bien:	$\vdash$
2. p		2. q

La implicación resultante es:

$$(p \wedge q) \longrightarrow p, \quad \text{o bien} \quad (p \wedge q) \longrightarrow q$$

Si en un argumento cualquiera tenemos como premisa una proposición cuya conectiva es una conjunción, podemos anotar *como conclusión, una de las dos proposiciones conjuntadas.*

Así, establecida como premisa la proposición:

1. "El Sol es una estrella y el Sol es el centro del sistema planetario."

puede obtenerse, por la ley de simplificación, la conclusión:

2. "El Sol es una estrella."

La forma del argumento sería:

1. $r \wedge s$
   $\vdash$
2. r

f) *Ley de conjunción* **(conj.)**

1. p
2. q
   $\vdash$
3. $p \wedge q$

cuya implicación es:

$$(p \wedge q \longrightarrow (p \wedge q)$$

Establecidas dos proposiciones cualesquiera, como premisas, aplicando la ley de *conjunción* puede formularse, como conclusión, una proposición que sea justamente la *conjunción de las premisas.*

Por ejemplo, de las premisas:

1. 4 es par
2. 4 es un número natural

puede concluirse, aplicando la ley de conjunción:

3. 4 es par y 4 es un número natural.

La forma del argumento es:

1. r
2. s

$\vdash$

3. $r \wedge s$

g) *Ley de adición* (ad.)

1. p

$\vdash$

2. $p \vee q$

La implicación respectiva es:

$$p \longrightarrow (p \vee q)$$

Dada una proposición cualquiera que se establece como premisa, la ley de *adición* permite obtener, como conclusión, una proposición disyuntiva en la que una de las alternativas es la premisa, en tanto que la otra disyuntiva puede ser *cualquier* otra proposición.

De acuerdo con esto, de la premisa:

1. Sirio es una estrella

podemos concluir

2. Sirio es una estrella o Sirio es una constelación.

El esquema del argumento es:

1. r

$\vdash$

2. $r \vee s$

Ejercicio 10

En los siguientes ejemplos de argumentos representados simbólicamente, indíquese en la línea que está a la derecha de cada uno cuál es la ley de implicación utilizada para obtener la conclusión.

a) 1. $r \vee t$
2. $\sim t$

$\vdash$

3. r ______________________________

b) 1. $q \wedge s$
$\vdash$
2. s ____________________

c) 1. $t \longrightarrow q$
2. $q \longrightarrow r$
$\vdash$
3. $t \longrightarrow r$ ____________________

d) 1. t
$\vdash$
2. $t \vee q$ ____________________

e) 1. $r \longrightarrow s$
2. $\sim s$
$\vdash$
3. $\sim r$ ____________________

f) 1. s
2. t
$\vdash$
3. $s \wedge t$ ____________________

g) 1. $r \longrightarrow t$
2. r
$\vdash$
3. t ____________________

3.4. LEYES DE EQUIVALENCIA

Una proposición compuesta es una *equivalencia cuando es tautológica y su conectiva principal es una bicondicional;* por ejemplo, la proposición:

$$(p \longrightarrow q) \longleftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$$

es una equivalencia, pues su conectiva principal es una bicondicional y es tautológica, como lo muestra su tabla de verdad:

p	q	$(p \longrightarrow q)$	$\longleftrightarrow$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

*

En toda equivalencia la bicondicional relaciona a dos proposiciones, de las cuales se dice que son equivalentes entre sí y tienen idéntica tabla de verdad.

La equivalencia se simboliza mediante el signo "$\equiv$", el cual se coloca entre las proposiciones que son equivalentes entre sí, por lo que del ejemplo anterior se desprende que:

$$(p \longrightarrow q) \equiv \sim(p \wedge \sim q)$$

Si dos proposiciones son equivalentes tienen los mismos valores de verdad (es decir, la misma tabla de verdad), por lo que pueden sustituirse entre sí en un argumento cualquiera. Se denominan *leyes de equivalencia* precisamente *las formas básicas en que pueden ser sustituidas unas proposiciones por otras.* Las leyes de equivalencia más usuales son:

a) *Leyes de conmutatividad* (conm.)

a) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$
b) $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

b) *Leyes de asociación* (asoc.)

a) $[(p \vee q) \vee r] \equiv [p \vee (q \vee r)]$
b) $[(p \wedge q) \wedge r] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$

c) *Leyes de distributividad* (distr.)

a) $[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$
b) $[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

d) *Leyes de De Morgan* (De M.)

a) $[\sim(p \wedge q)] \equiv [\sim p \vee \sim q]$
b) $[\sim(p \vee q)] \equiv [\sim p \wedge \sim q]$

e) *Ley de exportación* (exp.)

$$[(p \wedge q) \longrightarrow r] \equiv [p \longrightarrow (q \longrightarrow r)]$$

f) *Ley de contraposición* (contr.)

$$[(p \longrightarrow q)] \equiv [(\sim q \longrightarrow \sim p)]$$

Ejercicio 11

Demuéstrese mediante una tabla de verdad, que la proposición $r \longrightarrow s$ es equivalente a la proposición $\sim s \longrightarrow \sim r$ (ley de contraposición).

3.5. DEMOSTRACIÓN FORMAL DE LA VALIDEZ DE ARGUMENTOS

Todo argumento *válido* tiene la forma de una ley de implicación, de manera que se puede demostrar la validez de un argumento cualquiera, indicando simplemente cuál es su *forma lógica y mediante qué ley de implicación fue obtenida su conclusión.* Por ejemplo, en el argumento:

1. Si el destino existe, entonces el hombre carece de libertad.
2. No es cierto que el hombre carece de libertad.
   Luego. . .
3. El destino no existe.

Basta mostrar su forma lógica y cuál es la ley lógica utilizada para obtener la conclusión, para demostrar que es válido:

1. $r \longrightarrow s$
2. $\sim s$
   $\vdash$
3. $\sim r$ (aplicando el *modus tollendo tollens* a las proposiciones 1 y 2).

Sin embargo, generalmente hacemos argumentos en los que aplicamos dos o más leyes de implicación. El siguiente sería un ejemplo:

1. El átomo es divisible o el átomo es indivisible.
2. Si el átomo es divisible, entonces el átomo no es la parte más pequeña de la materia.
3. No es cierto que el átomo es indivisible.
   Luego. . .
4. El átomo es divisible.
5. El átomo no es la parte más pequeña de la materia.

En argumentos en los que se aplican dos o más leyes de implicación, *se obtienen conclusiones sucesivas, cada una de las cuales es producto de aplicar una ley.* A su vez, una conclusión ya demostrada puede ser tomada como premisa para obtener otra conclusión, como se puede ver en la representación simbólica del argumento anterior:

1. $p \vee q$
2. $p \longrightarrow \sim r$
3. $\sim q$
   $\vdash$
4. p (aplicando el *modus tollendo ponens* a 1 y 3)
5. $\sim r$ (aplicando el *modus ponendo ponens* a 2 y 4).

La conclusión de la línea 4 (p) se obtuvo relacionando las proposiciones de las líneas 1 y 3 mediante el m.t.p. Después se obtuvo la conclusión de la línea 5 ($\sim r$), relacionando las proposiciones de la línea 2 y 4 (que previamente se demostró), aplicando la ley m.p.p.

A medida que los argumentos son más complejos (porque aumenta el número de sus premisas, conclusiones y leyes utilizadas), se hace cada vez más necesario representarlos simbólicamente a fin de evitar las limitaciones del lenguaje natural. Recuérdese que *los argumentos son válidos o no, por su forma,* por la manera en que se relacionan unas proposiciones con otras, y no por el contenido de las mismas.

Examinaremos algunos ejemplos de argumentos, expresados tanto en lenguaje natural como en el lenguaje simbólico de la lógica. Podrá observarse que es más clara y sencilla la demostración de su validez cuando ésta se muestra simbólicamente:

a) 1. Si 4 es impar, entonces 4 es divisible entre 3.
   2. Si 4 no es impar, entonces 4 es par.

3. 4 no es divisible entre 3.
   Luego. . .
4. 4 no es impar (aplicando el m.t.t. a 1 y 3).
5. 4 es par (aplicando el m.p.p. a 2 y 4).

Forma lógica:

1. $p \longrightarrow q$
2. $\sim p \longrightarrow r$
3. $\sim q$
   $\vdash$
4. $\sim p$ (m.t.t. 1, 3)
5. r (m.p.p. 2, 4)

b) 1. El delfín es mamífero y el delfín es domesticable.
2. Si el delfín es mamífero, entonces el delfín tiene respiración pulmonar.
   Luego. . .
3. El delfín es mamífero (aplicando la simpl. en 1).
4. El delfín tiene respiración pulmonar (aplicando el m.p.p. en 2 y 4).

Forma lógica:

1. $p \wedge q$
2. $p \longrightarrow r$
   $\vdash$
3. p (simpl. 1)
4. r (m.p.p. 2, 4)

c) 1. Si el hombre tiene conciencia y el hombre tiene libertad, entonces el hombre es responsable de sus actos.
2. El hombre tiene conciencia.
3. El hombre tiene libertad.
   Luego. . .
4. El hombre tiene conciencia y el hombre tiene libertad (aplicando la conj. en 2 y 3).
5. El hombre es responsable de sus actos (aplicando el m.p.p. en 1 y 4).

Forma lógica:

1. $(p \wedge q) \longrightarrow r$
2. p
3. q

$\vdash$

4. $p \wedge q$ (conj. 2, 3)
5. r (m.p.p. 1, 4)

d) 1. Los terremotos tienen una causa sobrenatural o los terremotos son fenómenos naturales.
2. Si los terremotos son fenómenos naturales, entonces los terremotos obedecen a leyes.
3. Si los terremotos obedecen a leyes, entonces los terremotos son predecibles.
4. Los terremotos no tienen una causa sobrenatural.
Luego. . .
5. Los terremotos son fenómenos naturales (aplicando el m.t.p. en 1 y 4).
6. Si los terremotos son fenómenos naturales, entonces los terremotos son predecibles (aplicando el s.h. en 2 y 3).
7. Los terremotos son predecibles (aplicando el m.p.p. en 5 y 6).

Forma lógica:

1. $p \vee q$
2. $q \longrightarrow r$
3. $r \longrightarrow s$
4. $\sim p$

$\vdash$

5. q (m.t.p. 1, 4)
6. $q \longrightarrow s$ (s.h. 2,3)
7. s (m.p.p. 5, 6)

e) 1. Si aprobé todas mis materias y tengo promedio de nueve, entonces estudiaré con una beca en Francia.
2. Aprobé todas mis materias y mi situación académica es regular.
3. Tengo promedio de nueve.
Luego. . .
4. Aprobé todas mis materias (aplicando la simpl. en 2).
5. Aprobé todas mis materias y tengo promedio de nueve (aplicando la conj. en 3 y 4).

6. Estudiaré con una beca en Francia (aplicando el m.p.p. en 1 y 5).

Forma lógica:

1. $(p \wedge q) \longrightarrow r$
2. $p \wedge t$
3. q

   $\vdash$

4. p (simpl. 2)
5. $p \wedge q$ (conj. 3, 4)
6. r (m.p.p. 1, 5)

f) 1. Hitler era un paranoico.
2. Si: Hitler era un paranoico o Hitler era un hombre malévolo, entonces Hitler era la persona menos indicada para dirigir al mundo.
   Luego. . .
3. Hitler era un paranoico o Hitler era un hombre malévolo (aplicando la ad. en 1).
4. Hitler era la persona menos indicada para dirigir el mundo (aplicando el m.p.p. en 2 y 3).

Forma lógica:

1. p
2. $(p \vee q) \longrightarrow r$

   $\vdash$

3. $p \vee q$ (ad. 1)
4. r (m.p.p. 2, 3)

g) 1. Si: estudio medicina o estudio filosofía, entonces ingresaré en la U.N.A.M.
2. Si obtengo una beca, entonces: estudio filosofía o estudio medicina.
3. Obtengo una beca.
   Luego. . .
4. Estudio filosofía o estudio medicina (aplicando el m.p.p. en 2 y 3).
5. Estudio medicina o estudio filosofía (aplicando la conm. en 4).
6. Ingresaré en la U.N.A.M. (aplicando el m.p.p. en 1 y 5).

Forma lógica:

1. $(q \vee p) \longrightarrow r$
2. $t \longrightarrow (p \vee q)$
3. t

$\vdash$

4. $p \vee q$ (m.p.p. 2, 3)
5. $q \vee p$ (conm. 4)
6. r (m.p.p. 1, 5)

h) 1. El argón es un elemento y el argón es un gas, y también, el argón tiene valencia 0.
2. Si el argón es un gas y el argón tiene valencia 0, entonces el argón tiene completa su última órbita de electrones.
Luego...
3. El argón es un elemento y, por otra parte, el argón es un gas y el argón tiene valencia 0 (aplicando la asoc. en 1).
4. El argón es un gas y el argón tiene valencia 0 (aplicando la simpl. en 3).
5. El argón tiene completa su última órbita de electrones (aplicando el m.p.p. en 2 y 4).

Forma lógica:

1. $(p \wedge q) \wedge r$
2. $(q \wedge r) \longrightarrow t$

$\vdash$

3. $p \wedge (q \wedge r)$ (asoc. 1)
4. $q \wedge r$ (simpl. 3)
5. t (m.p.p. 2, 4)

i) 1. 4 es un número natural y, o bien 4 es par o 4 es impar.
2. No es cierto que: 4 es un número natural y 4 es impar.
Luego...
3. 4 es un número natural y 4 es par, o bien, 4 es un número natural y 4 es impar (aplicando la distr. en 1).
4. 4 es un número natural y 4 es par (aplicando el m.t.p. en 2 y 3).

Forma lógica:

1. $p \wedge (q \vee r)$
2. $\sim(p \wedge r)$

$\vdash$

3. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (distr. 1)
4. $p \wedge q$ (m.t.p. 2, 3)

j) 1. Si Sudáfrica es un país democrático, entonces: el pueblo es libre y el gobierno es elegido por las mayorías.
2. El pueblo no es libre o el gobierno no es elegido por las mayorías.
3. Si Sudáfrica no es un país democrático, entonces el gobierno sudafricano está impuesto.
Luego. . .
4. No es cierto que: el pueblo es libre y el gobierno elegido por las mayorías (aplicando la De M. en 2).
5. Sudáfrica no es un país democrático (aplicando el m.t.p. en 1 y 5).
6. El gobierno sudafricano está impuesto (aplicando el m.p.p. en 3 y 5).

Forma lógica:

1. $t \longrightarrow (p \wedge q)$
2. $\sim p \vee \sim q$
3. $\sim t \longrightarrow r$

$\vdash$

4. $\sim(p \wedge q)$ (De M. 2)
5. $\sim t$ (m.t.t. 1, 5)
6. r (m.p.p. 3, 5)

La demostración formal de la validez de un argumento, se hace exclusivamente *analizando su forma* e indicando cuáles son las leyes lógicas (de implicación y equivalencia) que justifican las conclusiones. Se puede, entonces, hacer demostraciones formales de argumentos expresados únicamente en lenguaje simbólico, como en los siguientes ejemplos:

a) 1. $(p \wedge q) \longrightarrow r$
2. $\sim(q \longrightarrow r)$
3. $s \vee p$

4. $s \longrightarrow t$

$\vdash$

5. $p \longrightarrow (q \longrightarrow r)$ (exp. 1)
6. $\sim p$ (m.t.t. 2, 5)
7. s (m.t.p. 3, 6)
8. t (m.p.p. 4, 7)

b) 1. $\sim q \longrightarrow \sim p$
2. $q \longrightarrow r$

$\vdash$

3. $p \longrightarrow q$ (contr. 1)
4. $p \longrightarrow r$ (s.h. 2, 3)

c) 1. $p \wedge (q \vee r)$
2. $\sim(p \wedge r)$
3. $p \longrightarrow t$
4. $(t \vee s) \longrightarrow r$

$\vdash$

5. $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (distr. 1)
6. $p \wedge q$ (m.t.p. 2, 5)
7. p (simpl. 6)
8. t (m.p.p. 3, 7)
9. $t \vee s$ (ad., 8)
10. r (m.p.p. 4, 9)

d) 1. $\sim(p \vee q)$
2. $r \longrightarrow q$
3. $\sim r \longrightarrow (t \vee m)$
4. $\sim m$
5. s

$\vdash$

6. $\sim p \wedge \sim q$ (De M. 1)
7. $\sim q$ (simpl. 6)
8. $\sim r$ (m.t.t. 2, 7)
9. $t \vee m$ (m.p.p. 3, 8)
10. t (m.t.p. 4, 9)
11. $s \wedge t$ (conj. 5, 10)

e) 1. $(p \wedge q) \longrightarrow (r \vee s)$
2. t
3. q

4. $(t \wedge q) \longrightarrow p$
5. $\sim s$
$\vdash$
6. $t \wedge q$ (conj. 2, 3)
7. p (m.p.p. 4, 6)
8. $p \wedge q$ (conj. 3, 7)
9. $r \vee s$ (m.p.p. 1, 8)
10. r (m.t.p. 5, 9)

Ejercicio 12

En los siguientes ejemplos de argumentos, expresados en lenguaje simbólico, indíquese la ley lógica utilizada para obtener cada conclusión.

a) 1. $\sim p \vee \sim q$
2. $t \longrightarrow (p \wedge q)$
3. $\sim t \longrightarrow s$
$\vdash$
4. $\sim (p \wedge q)$ (1,)
5. $\sim t$ (2, 4)
6. s (3, 5)

b) 1. $(p \wedge q) \longrightarrow r$
2. $(q \longrightarrow r) \longrightarrow \sim t$
3. $t \vee s$
4. p
$\vdash$
5. $p \longrightarrow (q \longrightarrow r)$ (1,)
6. $q \longrightarrow r$ (4, 5)
7. $\sim t$ (2, 6)
8. s (3, 7)

c) 1. $\sim q \longrightarrow \sim p$
2. $q \longrightarrow s$
3. $(p \longrightarrow s) \longrightarrow (t \vee r)$
4. $\sim r$
$\vdash$
5. $p \longrightarrow q$ (1,)
6. $p \longrightarrow s$ (2, 5)
7. $t \vee r$ (3, 6)
8. t (4, 7)

d) 1. $p \vee (q \wedge r)$
2. $\sim p$
3. $r \longrightarrow (q \wedge p)$
4. $(p \wedge q) \longrightarrow t$
$\vdash$
5. $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (1)
6. $p \vee r$ (5)
7. r (2, 6)
8. $q \wedge p$ (3, 7)
9. $p \wedge q$ (8)
10. t (4, 9)

e) 1. $(p \vee q) \longrightarrow (q \longrightarrow r)$
2. $\sim r$
3. p
4. $\sim q \longrightarrow (s \vee t)$
5. $\sim s$
6. $t \longrightarrow w$
$\vdash$
7. $p \vee q$ (3)
8. $q \longrightarrow r$ (1, 7)
9. $\sim q$ (2, 8)
10. $s \vee t$ (4, 9)
11. t (5, 10)
12. w (6, 11)

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS EN ESTA UNIDAD

Ejercicio 1

p	q	$\sim p$	$\wedge$	q
V	V	F	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

Ejercicio 2

p	q	~p	∧	~q
V	V	F	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Ejercicio 3

p	q	(p ∨ ~q)	∨	p
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F

Ejercicio 4

p	q	(p ⟶ q)	∧	p
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	F	F

Ejercicio 5

p	q	(p ⟷ q)	∧	~p
V	V	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	V

Ejercicio 6

p	q	[∼	(p ⟶ q)	∨	(p ⟷ q)]	∧	[(∼p	⟶	q)	∨	∼p]
V	V	F	V	V	V	V	F	V	V	V	F
V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F
F	V	F	V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	F	F	V	V

Ejercicio 7

1. Indeterminada (o contingente)
2. Tautológica
3. Contradictoria
4. Contradictoria
5. Tautológica
6. Tautológica
7. Tautológica
8. Contradictoria
9. Tautológica
10. Contradictoria

Ejercicio 8

r	s	[(r ∨ s) ∧ ∼r]	⟶	s
V	V	F	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F
			*	

El argumento sí es válido.

Ejercicio 9

p	q	$[(p \longrightarrow q) \wedge q]$	$\longrightarrow$	p
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	F	V	F
			*	

El argumento no es válido.

Ejercicio 10

a) Modus tollendo ponens.
b) Ley de simplificación.
c) Ley del silogismo hipotético.
d) Ley de adición.
e) Modus tollendo tollens.
f) Ley de conjunción.
g) Modus ponendo ponens.

Ejercicio11

r	s	$(r \longrightarrow s)$	$\longleftrightarrow$	$(\sim s \longrightarrow \sim r)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V
			*	

Ejercicio 12

a) 4. $\sim(p \wedge q)$ (1 De M.)
5. $\sim t$ (2, 4 m.t.t.)
6. s (3, 5 m.p.p.)

b)	5.	$p \longrightarrow (q \longrightarrow r)$	(1 exp.)
	6.	$q \longrightarrow r$	(4, 5 m.p.p.)
	7.	$\sim t$	(2, 6 m.p.p.)
	8.	s	(3, 7 m.t.p.)
c)	5.	$p \longrightarrow q$	(1 contr.)
	6.	$p \longrightarrow s$	(2, 5 s.h.)
	7.	$t \vee r$	(3, 6 m.p.p.)
	8.	t	(4, 7 m.t.p.)
d)	5.	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	1 distr.)
	6.	$p \vee r$	(5 simpl.)
	7.	r	(2, 6 m.t.p.)
	8.	$q \wedge p$	(3, 7 m.p.p.)
	9.	$p \wedge q$	(8 conm.)
	10.	t	(4, 9 m.p.p.)
e)	7.	$p \vee q$	(3 ad.)
	8.	$q \longrightarrow r$	(1, 7 m.p.p.)
	9.	$\sim q$	(2, 8 m.t.t.)
	10.	$s \vee t$	(4, 9 m.p.p.)
	11.	t	(5, 10 m.t.p.)
	12.	w	(6, 11 m.p.p.)

SEGUNDA UNIDAD

LÓGICA CUANTIFICACIONAL

4

LAS PARTES DE UNA PROPOSICIÓN SIMPLE

4.1. EL TÉRMINO SUJETO

En el siguiente ejemplo de argumento:

1. Todas las estrellas brillan con luz propia.
2. Sirio es una estrella.
   Luego...
3. Sirio brilla con luz propia.

tenemos una secuencia de proposiciones, la última de las cuales, la conclusión, se sigue u obtiene de las dos anteriores. Se trata de un argumento válido, pues no ocurre que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa. Sin embargo, si tratamos de demostrar su validez lógica, ya sea mediante una tabla de verdad o mediante una ley de implicación, nos encontramos que, *aparentemente,* el argumento no es válido. En efecto, su forma es la siguiente:

1. p
2. q
   $\vdash$
3. r

que expresada en forma de proposición condicional, nos da:

$$(p \wedge q) \longrightarrow r$$

Ninguna de las leyes de implicación o equivalencia nos permite obtener la conclusión r, a partir de las premisas p y q. Por otra parte, la tabla de verdad de la proposición condicional construida indicaría que el argumento no es válido, pues hay al menos un caso en el que las premisas son verdaderas y la conclusión falsa, como se puede apreciar a continuación:

p	q	r	(p ∧ q)	⟶	r
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

Pese a que el argumento sí es válido (como veremos después), no podemos demostrar su validez lógica con los procedimientos estudiados hasta el momento, pues éstos se basan en analizar cómo se relacionan unas proposiciones con otras, sin atender a su estructura interna y sin destacar sus partes componentes. Y en argumentos como el que nos ocupa, la validez depende de la forma en que se relacionan *los elementos componentes de las proposiciones que forman el argumento.*

En general, en toda proposición se tiene una afirmación en el sentido de que un objeto (o conjunto de objetos) tiene o posee alguna determinada propiedad o característica; a la palabra o palabras con la que nos referimos a ese objeto se le llama *término sujeto,* y aparece en *letras cursivas* en los siguientes ejemplos de proposiciones:

1. La *ballena* es un mamífero.
2. *José Clemente Orozco* fue un muralista mexicano.
3. El *hidrógeno* es un gas.
4. Todas las *hadas* son bondadosas.
5. Todos los *niños* son ingenuos.
6. Algunos *planetas* tienen satélites.
7. Algunos *números* son pares.

Los objetos a los que nos referimos en las proposiciones (término sujeto), lo mismo pueden ser concretos, materiales (como la ballena) que abstractos (como los números) y aún imaginarios (como las hadas).

4.2. EL TÉRMINO PREDICADO

La propiedad o característica que se afirma del sujeto en una proposición, se denomina *término predicado;* en los siete ejemplos anteriores los predicados que se afirmaron fueron los de: ser mamífero, ser muralista mexicano, ser un gas, bondad, ingenuidad, tener satélites y ser par. Estos *predicados* pueden afirmarse de otros sujetos diferentes de los empleados, obteniéndose proposiciones distintas:

8. El ornitorrinco es un *mamífero.*
9. Diego Rivera fue un *muralista mexicano.*
10. El argón es un *gas,* etc.

También, *de un mismo sujeto,* pueden afirmarse predicados diferentes:

11. La *ballena* es un animal marino.
12. La *ballena* es el mayor animal existente, etc.

Notemos, por último, que las proposiciones simples son verdaderas o falsas, según el predicado afirmado del sujeto corresponda o no a las características reales de éste. Por ejemplo, dado el sujeto "Marte" pueden formarse las siguientes proposiciones:

a) Marte es un planeta.
b) Marte es un cometa.
c) Marte es una estrella.

Sólo la primera proposición es verdadera, pues el predicado "planeta" corresponde a una característica real del sujeto, en tanto que los predicados "cometa" y "estrella" no lo son.

Ejercicio 1

Formúlense proposiciones simples *verdaderas,* completando convenientemente las siguientes expresiones, con los términos que aparecen a la derecha.

(Ejemplo)	1. *Marte* es un planeta.	cocodrilo
	2. ________ es par	metal
	3. Europa es un ________	*Marte*
	4. 7 es ________	8
	5. El ________ es un reptil	continente
	6. ________ es divisible entre 3	oxígeno
	7. Los patos son ________	aves
	8. La víbora es un ________	impar
	9. El mercurio es un ________	9
	10. El ________ es un gas	reptil

4.3. PROPOSICIONES SINGULARES, UNIVERSALES Y PARTICULARES

Formemos tres proposiciones distintas con el mismo predicado:

1. V. Giscard es *europeo.*
2. *Todos* los franceses son *europeos.*
3. *Algunos* novelistas son *europeos.*

En la primera proposición el predicado se afirma de *un* objeto (que es el presidente actual de Francia).

En la segunda proposición el predicado se afirma de *la totalidad* de los franceses (es decir, de todos y cada uno de los elementos del conjunto de los franceses).

En la tercera proposición el predicado se afirma de *algunos y sólo algunos* de los novelistas (es decir, de una parte del conjunto de los novelistas).

Éstos son, respectivamente, ejemplos de las proposiciones singulares, universales y particulares.

Una proposición es *singular* cuando el predicado se afirma de *un* objeto *individual,* sea *una* persona, *un* país, *un* planeta, etc.

Una proposición es *universal* cuando el predicado se dice de *todos* los objetos de un conjunto, ya se trate de personas, cosas concretas, cosas abstractas, etc.

Una proposición es *particular* cuando se afirma que el predicado se aplica a *parte* de los objetos que componen un conjunto.

En el lenguaje natural utilizamos constantemente las proposiciones singulares, universales y particulares, no sólo afirmando, sino también negando:

4. Fidel Castro no es europeo. (singular)
5. *Ningún* cubano es europeo. (universal)
6. *Algunos* filósofos no son europeos. (particular)

Se dice, por lo anterior, que existen seis tipos de proposiciones, de acuerdo con la forma como se aplica el predicado en las mismas:

I. Singulares afirmativas.
II. Singulares negativas.
III. Universales afirmativas.
VI. Universales negativas.
V. Particulares afirmativas.
VI. Particulares negativas.

5

LAS RELACIONES ENTRE PROPOSICIONES GENERALES

5.1. SÍMBOLOS DE LOS CUANTIFICADORES. NOTACIÓN

Para representar simbólicamente la estructura interna de las proposiciones, utilizaremos los símbolos de las conectivas lógicas y algunos símbolos especiales más:

1. Las literales mayúsculas A, B, C... Z, para representar los predicados (letras predicativas).*
2. Las literales minúsculas a, b, c.... w, para representar a individuos particulares (constantes individuales).
3. Las literales minúsculas x, y, z... para representar a individuos cualesquiera (variables individuales).
4. El símbolo (∀), para representar a la expresión "todos" (o "ningún") y que se llama *cuantificador universal.* Más adelante se aclarará la relación entre "todos" y "ningún"
5. El símbolo (∃) para representar a la expresión "algunos". y al que se denomina *cuantificador existencial.*

Al representar proposiciones singulares afirmativas como:

a) Venus es un planeta.
b) Júpiter es un planeta.

simbolizamos el predicado mediante una literal mayúscula: P, por ejemplo (de *p*laneta), y elegimos una literal minúscula (de la *a* a la

* Nuestra elección de literales es arbitraria, pues las primeras letras del alfabeto suelen reservarse para representar conjuntos. Por comodidad y claridad, las tomaremos prestadas sin olvidar esta advertencia.

w) para representar al objeto individual en cada proposición: v para "Venus" y j para "Júpiter", por ejemplo. Se acostumbra, luego, escribir primero la letra predicativa, seguida de la constante individual, de modo que:

a) "Venus es un planeta" se simboliza Pv (se lee "ve es pe"), y
b) "Júpiter es un planeta" se representa Pj ("jota es pe").

Una proposición singular negativa no es sino la negación de una proposición singular afirmativa, por lo que se le representa justamente anteponiendo el símbolo de la negación a los símbolos que representan a la proposición afirmativa.

Si por ejemplo, representamos "Nixon es político" con:

Pn

la proposición "Nixon *no* es político" (que también se puede expresar "no sucede que Nixon sea político"), la representaremos así:

~Pn (no sucede que n sea P).

En las representaciones simbólicas siguientes:

1. 4 es par	Pc
2. El hidrógeno es un gas	Gh
3. 7 no es par	~Ps
4. El aluminio no es un gas	~Ga

son letras predicativas P (representa el predicado "par") y G (representa "gas"); son constantes individuales c (que representa en particular al individuo "4"), h ("hidrógeno"), s ("7") y a ("aluminio").

El esquema común a todas las proposiciones singulares afirmativas es, entonces:

Px

siendo P un predicado cualquiera y x cualquier individuo. Correspondientemente, el esquema común a las proposiciones singulares negativas es:

~Px

En una proposición singular afirmativa indicamos que *un* objeto o individuo tiene una determinada propiedad. Cuando tenemos cierto número de proposiciones singulares que se refieren a individuos u objetos *del mismo conjunto,* podemos *generalizar* y formar una proposición *universal* afirmativa que indique que *todos* los objetos del conjunto tienen la misma propiedad; o lo que es lo mismo, que para todo objeto x: si x pertenece al conjunto, entonces x tiene una determinada propiedad (la señalada en las proposiciones singulares).

Por ejemplo, a partir de las proposiciones singulares:

"Mercurio tiene atmósfera"	Am
"Venus tiene atmósfera"	Av
"La Tierra tiene atmósfera"	At
"Júpiter tiene atmósfera"	Aj

que se refieren a objetos que pertenecen al mismo conjunto, el de los planetas, podemos afirmar, por generalización:

"Todos los planetas tienen atmósfera"

lo cual significa que para todo objeto x: si x es un planeta, entonces x tiene atmósfera.

La representación simbólica de esta proposición es:

$$\underbrace{\underbrace{\text{Para todo x:}}_{(\forall x)}\quad \underbrace{\textit{si}\text{ x es un planeta,}}_{(Px}\quad \underbrace{\textit{entonces}}_{\longrightarrow}\quad \underbrace{\text{x tiene atmósfera}}_{Ax)}}_{(\forall x)\,(Px \longrightarrow Ax)}$$

Hemos utilizado el cuantificador universal, aplicado a la variable individual x: $(\forall x)$. Hemos indicado después, en forma *condicional,* que si cualquier individuo x es miembro del conjunto o grupo de los planetas, entonces lo es también del grupo o conjunto de los objetos que tienen atmósfera.

Otro ejemplo; la proposición:

"Todos los gordos son simpáticos"

significa que para todo objeto x, si x es un gordo, entonces x es simpático:

$$(\forall x)\,(Gx \longrightarrow Sx)$$

En las proposiciones universales negativas tenemos también una generalización en el sentido de que *todos* los objetos de un conjunto no tienen una determinada propiedad; o dicho de otra manera, que para todo objeto x: si x pertenece a un conjunto dado, entonces no sucede que x tenga una determinada propiedad.

Por ejemplo, la proposición:

"Ningún niño es malvado"

significa que:

$$\underbrace{\underbrace{\text{Para todo x:}}_{(\forall x)}\quad \underbrace{\textit{si}\text{ x es un niño,}}_{(Nx}\quad \underbrace{\textit{entonces}}_{\longrightarrow}\quad \underbrace{\text{no ocurre que}}_{\sim}\quad \underbrace{\text{x es malvado}}_{Mx)}}_{(\forall x)\,(Nx \longrightarrow \sim Mx)}$$

Se ha utilizado también el cuantificador universal aplicado a la variable individual x. Se ha expresado después, en forma *condicional*, que si cualquier individuo x es miembro del conjunto de los niños, entonces no ocurre que lo sea también del conjunto de los malvados.

Un ejemplo más: la proposición

"Ningún molusco es vertebrado"

se representa $(\forall x)(Mx \longrightarrow \sim Vx)$; o sea, para todo x: si x es un molusco, entonces, no ocurre que x es vertebrado.

Ejercicio 2

Represéntense simbólicamente las siguientes proposiciones, utilizando las literales: A para "americano", E para "europeo", G para "guatemalteco", a para "Miguel A. Asturias".

1. Miguel A. Asturias es guatemalteco __________
2. Todos los guatemaltecos son americanos __________
3. Miguel A. Asturias es americano __________
4. Ningún guatemalteco es europeo __________
5. Ningún europeo es guatemalteco __________

Al simbolizar proposiciones particulares hemos de tener presente que son también el producto de *generalizaciones* a partir de proposiciones singulares, pero que la propiedad observada en algunos individuos no puede decirse de todos los individuos del conjunto al cual pertenecen, sino sólo de algunos. Es decir, nos concretamos a indicar que existe al menos un objeto x tal que: pertenece a un determinado conjunto *y* tiene cierta propiedad.

Por ejemplo, de las proposiciones singulares afirmativas:

"El uranio es radioactivo"
"El plutonio es radioactivo"

las cuales se refieren a objetos que pertenecen al conjunto de los elementos químicos, podemos desprender, por generalización:

"Algunos elementos son radioactivos"

lo cual significa que existe al menos un objeto x tal que: x es elemento y x es radioactivo.

Simbólicamente:

$$\underbrace{\underbrace{\text{Existe al menos un x tal que:}}_{(\exists x)} \quad \underbrace{\text{x es elemento}}_{(Ex} \quad \underbrace{\text{y}}_{\wedge} \quad \underbrace{\text{x es radioactivo}}_{Rx}}_{(\exists x)(Ex \wedge Rx)}$$

Con el auxilio del *cuantificador existencial* expresamos, en forma de *conjunción,* que existe al menos un objeto que pertenece al conjunto de los elemento químicos *y* al de las cosas radioactivas.

En proposiciones particulares negativas, como:

"Algunos elementos no son radioactivos"

también tenemos el sentido de que existe al menos un objeto x que pertenece a un determinado conjunto y no ocurre que tenga una determinada propiedad. En el ejemplo dado:

$$\underbrace{\underbrace{\text{Existe al menos un x tal que:}}_{(\exists\, x)}\quad \underbrace{\text{x es elemento}}_{(Ex}\quad \underbrace{\text{y}}_{\wedge}\quad \underbrace{\text{no ocurre que}}_{\sim}\quad \underbrace{\text{x sea radioactivo}}_{Rx}}_{(\exists\, x)(Ex \wedge \sim Rx)}$$

Ejercicio 3

Relaciónense las columnas I y II teniendo en cuenta que:

- A representa "ave";
- H representa "hombre"
- I representa "insecto";
- V representa "vertebrado", y
- c representa "Cervantes"

I

1. Todas las aves son vertebrados.
2. Algunos vertebrados son aves.
3. Algunos vertebrados no son aves.
4. Ningún insecto es vertebrado.
5. Todos los hombres son vertebrados.
6. Cervantes es un hombre.
7. Cervantes no es un ave.

II

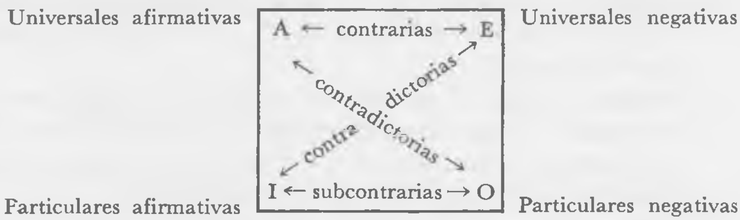
( ) $(\forall x)(Ix \longrightarrow \sim Vx)$
( ) $\sim Ac$
( ) $(\forall x)(Hx \longrightarrow Vx)$
( ) $(\forall x)(Ax \longrightarrow Vx)$
( ) $(\exists x)(Vx \wedge \sim Ax)$
( ) Hc
( ) $(\exists x)(Vx \wedge Ax)$

5.2. EL CUADRO TRADICIONAL DE OPOSICIÓN DE LAS PROPOSICIONES

En la llamada *lógica tradicional,* desarrollada por Aristóteles y la Escolástica medieval, principalmente, se distinguían ya las proposiciones universales y particulares, a las que se representaba con las cuatro primeras vocales del alfabeto:

Universales afirmativas:	A
Universales negativas:	E
Particulares afirmativas:	I
Particulares negativas:	O

Las relaciones entre estas proposiciones se mostraban por medio de un cuadro, que resumía en qué formas se podían oponer unas con otras cuando, teniendo el mismo sujeto y el mismo predicado, diferían en la cuantificación del sujeto y en su sentido afirmativo o negativo:



Son proposiciones **contradictorias:** *A* con *O* y *E* con *I*. Que dos proposiciones sean contradictorias entre sí, significa que *no pueden ser simultáneamente verdaderas, pero tampoco simultáneamente falsas; necesariamente una es verdadera y la otra, falsa.*

Por ejemplo, las proposiciones:

"Todos los planetas tienen atmósfera"	(A)
"Algunos planetas no tienen atmósfera"	(O)

no pueden ser ambas verdaderas y tampoco ambas falsas, puesto que son contradictorias entre sí. Si **A** es verdadera, O es falsa, y viceversa: si A es falsa, O es verdadera. Es decir, cada una niega el valor de verdad de la otra, por lo que, siendo las literales P y Q predicados cualesquiera tenemos:

$$(\forall x)(Px \longrightarrow Qx) \equiv \sim[(\exists x)(Px \wedge \sim Qx)]$$
$$(\exists x)(Px \wedge \sim Qx) \equiv \sim[(\forall x)(Px \longrightarrow Qx)]$$

donde $(\forall x)(Px \longrightarrow Qx)$ es una proposición universal afirmativa A, y $(\exists x)(Px \wedge \sim Qx)$ es una proposición particular negativa O.

Igualmente ocurre con las proposiciones E e I:

$$(\forall x)(Px \longrightarrow \sim Qx) \equiv \sim[(\exists x)(Px \wedge Qx)]$$
$$(\exists x)(Px \wedge Qx) \equiv \sim[(\forall x)(Px \longrightarrow \sim Qx).$$

Son proposiciones **contrarias:** *A con E, las cuales no pueden ser simultáneamente verdaderas, aunque sí pueden ser simultáneamente falsas,* por lo que:

a) Siendo A verdadera, E es falsa necesariamente (ejemplo: "Todos los mamíferos son vertebrados" con "Ningún mamífero es vertebrado").
b) Siendo E verdadera, A es falsa necesariamente (ejemplo: "Ningún molusco es vertebrado" con "Todos los moluscos son vertebrados").
c) Siendo A falsa, E puede ser verdadera o puede ser falsa (ejemplos: "Todos los hombres son invertebrados" con "Ningún hombre es invertebrado", y "Todos los hombres son mentirosos" con "Ningún hombre es mentiroso").
d) Siendo E falsa, A puede ser verdadera o puede ser falsa (ejemplos: "Ningún elemento tiene valencia" con "Todos los elementos tienen valencia", y "Ningún elemento es gaseoso" con "Todos los elementos son gaseosos").

Las proposiciones **subcontrarias:** *I con O, no pueden ser simultáneamente falsas, pero si simultáneamente verdaderas;* de aquí que:

a) Si I es falsa, O es verdadera necesariamente (ejemplo: "Algunos cisnes son verdes" con "Algunos cisnes no son verdes").
b) Si O es falsa, I es verdadera necesariamente (ejemplo: "Algunos cisnes no son blancos" con "Algunos cisnes son blancos").
c) Si I es verdadera, O puede ser verdadera o puede ser falsa (ejemplos: "Algunos hombres son mentirosos" con "Algunos hombres no son mentirosos", y "Algunos hombres son mortales" con "Algunos hombres no son mortales").
d) Si O es verdadera, I puede ser verdadera o puede ser falsa (ejemplos: "Algunos hombres no son blancos" con "Algunos hombres son blancos", y "Algunos hombres no son invertebrados" con "Algunos hombres son invertebrados").

Todas estas relaciones entre las proposiciones generales, han sido utilizadas para obtener las conclusiones de argumentos muy sencillos, que constan de una premisa y una conclusión (llamados "inferencias inmediatas"). Por ejemplo, de la proposición:

"Ningún gas tiene volumen constante" (E), que es verdadera, se puede concluir: "luego, no es cierto que algunos gases tengan volumen constante" (que es la negación de una proposición I). En este caso se está recordando que una proposición E es *equivalente* a la negación de una proposición I.

6

ARGUMENTOS EN LA LÓGICA CUANTIFICACIONAL

6.1. LEYES DE EJEMPLIFICACIÓN Y GENERALIZACIÓN. DEMOSTRACIÓN FORMAL DE LA VALIDEZ DE ARGUMENTOS

Recordemos que las proposiciones universales son producto de una generalización a partir de proposiciones singulares, por lo que dada una proposición universal, siempre existe alguna proposición *singular* que muestra un *ejemplo de sustitución* de la *variable* individual utilizada en la proposición universal, por una *constante* individual.

Por ejemplo, de la proposición universal: "todos los franceses son europeos", cuya simbolización es $(\forall x)\ (Fx \longrightarrow Ex)$, podemos encontrar una proposición singular en la que se hable ya no de x (variable individual) sino, por ejemplo, de g (constante individual que represente a V. Giscard): $Fg \longrightarrow Eg$; o sea, "si V. Giscard es francés, entonves V. Giscard es europeo". Si la proposición universal era verdadera, también lo es la proposición singular, que muestra un ejemplo de sustitución de la misma.

Lo anterior nos permitirá manejar una de las cuatro leyes que necesitamos agregar en esta unidad, para que junto con las leyes de implicación y equivalencia, podamos demostrar formalmente la validez de argumentos en los que intervienen los cuantificadores.

a) ***Ley de ejemplificación universal*** **(EU)**

1. $(\forall x)Px$

$\vdash$

2. Pa

Si en un argumento se encuentra, como premisa, una proposición que indica que *todos* los objetos (x) de un conjunto tienen un determinado predicado (P), puede obtenerse, como conclusión, una proposición singular en la que de *un* individuo particular (como a) se dice el mismo predicado, pues pertenece al conjunto de los objetos (es un ejemplo de sustitución).

Esta ley nos permitirá probar formalmente la validez del argumento con el que iniciamos esta unidad:

1. Todas las estrellas brillan con luz propia.
2. Sirio es una estrella.
   Luego. . .
3. Sirio brilla con luz propia.

Representando "estrella" con E, "brilla con luz propia" con B, y "Sirio" con s, *las premisas* se representan:

1. $(\forall x)(Ex \longrightarrow Bx)$
2. Es

De acuerdo con la regla de ejemplificación universal, dado que s es un ejemplo de sustitución de x, entonces todo lo que se aplica a x también se aplica a s, por lo que si de todos los x se indica que si son E, *entonces* son B, igualmente de s se puede decir que si es E, *entonces* es B. Esto se anota como una primera conclusión, en la línea 3:

1. $(\forall x)(Ex \longrightarrow Bx)$
2. Es
   $\vdash$
3. $Es \longrightarrow Bs$ (E U línea 1).

Obsérvense ahora las líneas 2 y 3:

2. Es (Sirio es una estrella".)
3. $Es \longrightarrow Bs$ ("Si Sirio es una estrella, entonces Sirio brilla con luz propia".)

Se trata de dos proposiciones que relacionadas mediante el *modus ponendo ponens,* nos dan una más: Bs

1. $(\forall x)(Ex \longrightarrow Bx)$
2. Es

$\vdash$

3. $Es \longrightarrow Bs$ (E U 1)
4. Bs (m.p.p. 2, 3)

Aplicando la regla de ejemplificación universal y el *modus ponendo ponens* se ha probado Bs que significa "Sirio brilla con luz propia", y es la conclusión cuya validez se quería probar.

El primer paso, al probar la validez del argumento anterior, fue *eliminar* el cuantificador mediante la ley E U. El segundo fue utilizar una ley de implicación (m.p.p.)

Este es otro ejemplo de argumento en el cual se utiliza la ley E U:

1. Todas las Repúblicas Soviéticas son Repúblicas socialistas.
2. Todas las Repúblicas socialistas tienen economía planificada por el Estado.
3. Ucrania es una República Soviética.
   Luego...
4. Ucrania tiene economía planificada por el Estado.

Representando "República Soviética" con R, "República socialista" con S, "economía planificada por el Estado" con E, y "Ucrania" con u, la prueba formal de validez de este argumento es la siguiente:

1. $(\forall x)(Rx \longrightarrow Sx)$
2. $(\forall x)(Sx \longrightarrow Ex)$
3. Ru

$\vdash$

4. $Ru \longrightarrow Su$ (E U 1)
5. $Su \longrightarrow Eu$ (E U 2)
6. $Ru \longrightarrow Eu$ (s.h. 4, 5)
7. Eu (m.p.p. 3, 6)

La ley E U permitió eliminar los cuantificadores en las líneas 4 y 5, sustituyendo la variable individual x por la constante individual u, que es un caso de sustitución (o ejemplo). Una vez eliminados los cuantificadores fue posible aplicar sucesivamente dos leyes de implicación: la del *silogismo hipotético* y el *modus ponendo ponens*.

b) *Ley de generalización universal* (GU)

1. Pa

$\vdash$

2. $(\forall x)Px$

Si en un argumento se encuentra una premisa singular en la que de un individuo particular (a), *arbitrariamente elegido* de un conjunto, se afirma un predicado (P), puede obtenerse como conclusión que *todos* los objetos (x) del conjunto tienen el mismo predicado.

Un ejemplo de argumento en el cual se aplica la ley G U en su prueba formal de validez, es el siguiente:

1. Ningún reptil tiene sangre caliente.
2. Todas las víboras son reptiles.
   Luego...
3. Ninguna víbora tiene sangre caliente.

Representando "reptil" con R, "sangre caliente" con S, y "víbora" con V:

1. $(\forall x)(Rx \longrightarrow \sim Sx)$
2. $(\forall x)(Vx \longrightarrow Rx)$

$\vdash$

3. $Ra \longrightarrow \sim Sa$ (E U 1)
4. $Va \longrightarrow Ra$ (E U 2)
5. $Va \longrightarrow \sim Sa$ (s.h. 3,4)

En las líneas 3 y 4 se han suprimido los cuantificadores, sustituyendo la variable x con la constante a, que representa a *un* individuo *arbitrariamente elegido* entre esos objetos x que representa la variable. El resultado fue la obtención de dos proposiciones singulares (se habla de *un* sujeto *a*) que relacionadas por la ley del silogismo hipotético permitieron obtener la proposición *singular* de la línea 5. Pero la conclusión que deseamos probar es *universal,* por lo que utilizamos la ley G U para obtener la línea 6 a partir de la 5, lo cual es posible pues ésta se refiere a *un* individuo *arbitrariamente elegido:*

1. $(\forall x)(Rx \longrightarrow \sim Sx)$
2. $(\forall x)(Vx \longrightarrow Rx)$

$\vdash$

3. $Ra \longrightarrow \sim Sa$ (E U 1)

4. $Va \longrightarrow Ra$ (E U 2)
5. $Va \longrightarrow \sim Sa$ (s.h. 3, 4)
6. $(\forall x)(Vx \longrightarrow \sim Sx)$ (G U 5)

Otro ejemplo de argumento en el cual se aplica la ley G U es:

1. Todos los mexicanos son americanos.
2. Ningún americano es europeo.
3. Todos los sonorenses son mexicanos.
   Luego...
4. Ningún sonorense es europeo.

Representando "mexicano" con M, "americano" con A, "europeo" con E, y "sonorense" con S:

1. $(\forall x)(Mx \longrightarrow Ax)$
2. $(\forall x)(Ax \longrightarrow \sim Ex)$
3. $(\forall x)(Sx \longrightarrow Mx)$
   $\vdash$
4. $Ma \longrightarrow Aa$ (E U 1)
5. $Aa \longrightarrow \sim Ea$ (E U 2)
6. $Sa \longrightarrow Ma$ (E U 3)
7. $Sa \longrightarrow Aa$ (s.h. 4, 6)
8. $Sa \longrightarrow \sim Ea$ (s.h. 5, 7)
9. $(\forall x)(Sx \longrightarrow \sim Ex)$ (G U 8)

En términos generales, para probar formalmente la validez de argumentos en los que hay proposiciones universales o particulares, se siguen tres pasos (que pueden observarse en el ejemplo anterior):

1º Se eliminan o suprimen los cuantificadores (líneas 4, 5 y 6).
2º Se aplican las leyes de implicación o equivalencia (líneas 7 y 8).
3º Se añaden los cuantificadores necesarios (línea 9).

c) *Ley de ejemplificación existencial* (EE)

1. $(\exists x)Px$
   $\vdash$
2. Pa

Si en un argumento se encuentra, como premisa, una proposición que indica que existe al menos un objeto (x) que tiene un determinado predicado (P), puede obtenerse como conclusión una proposición singular en la que de un individuo particular (como a), se dice el mismo predicado, pues es un ejemplo de sustitución.

Esta ley se utiliza en la prueba formal del siguiente argumento:

1. Todos los dictadores son ególatras.
2. Algunos dictadores son generales.
   Luego. . .
3. Algunos generales son ególatras.

Representando "dictador" con D, "ególatra" con E, y "general" con G:

1. $(\forall x)(Dx \longrightarrow Ex)$
2. $(\exists x)(Dx \wedge Gx)$

$\vdash$

3.	$Da \longrightarrow Ea$	(E U 1)
4.	$Da \wedge Ga$	(E E 2)
5.	Da	(simpl. 4)
6.	Ea	(m.p.p. 3, 5)
7.	Ga	(simpl. 4)
8.	$Ea \wedge Ga$	(conj. 6, 7)
9.	$Ga \wedge Ea$	(conm. 8)

Se suprimieron en primer término los cuantificadores, mediante las leyes de ejemplificación universal y existencial, sustituyendo la variable individual x por la constante individual a, que es un ejemplo de sustitución en ambos casos. Eliminados los cuantificadores, se aplicaron leyes de implicación *(simplificación, modus ponendo ponens* y *conjunción)* y de equivalencia *(conmutatividad)*, hasta llegar a la proposición *singular* de la línea 9 ($Ga \wedge Ea$).

Siendo particular la conclusión que queremos demostrar ("Algunos generales son ególatras"), precisamos de una ley más, que es la que a continuación veremos.

d) *Ley de generalización existencial* (GE)

1. Pa

$\vdash$

2. (E x)(Px

Si en un argumento se encuentra, como premisa, una proposición singular en la que de un individuo particular (a) se dice un predicado (P), puede obtenerse como conclusión que existe al menos un objeto (x) que tiene tal predicado.

Utilizando esta ley puede obtenerse la línea 10 para la prueba del argumento anterior:

10. $(\exists x)(Gx \wedge Ex)$ (G E 9)

Otro ejemplo de argumento en el que se utiliza la ley G E es::

1. Ningún mentiroso es persona de fiar.
2. Algunos publicistas son mentirosos.
   Luego...
3. Algunos publicistas no son personas de fiar.

Representando "mentiroso" con M, "persona de fiar" con F y "publicista" con P:

1. $(\forall x)(Mx \longrightarrow \sim Fx)$
2. $(\exists x)(Px \wedge Mx)$

   $\vdash$

3. $Ma \longrightarrow \sim Fa$ (E U 1)
4. $Pa \wedge Ma$ (E E 2)
5. Ma (simpl. 4)
6. $\sim Fa$ (m.p.p. 3, 5)
7. Pa (simpl. 4)
8. $\sim Fa \wedge Pa$ (conj. 6, 7)
9. $Pa \wedge \sim Fa$ (conm. 8)
10. $(\exists x)(Px \wedge \sim Fx)$ (G E 9)

Ejercicio 4

Indíquese la ley que justifica cada una de las conclusiones, en la siguiente prueba formal de validez de un argumento.

1. Todos los rinocerontes son herbívoros.
2. Ningún herbívoro es carnívoro.
3. Algunos animales feroces son rinocerontes.
   Luego...
4. Algunos animales feroces no son carnívoros.

Prueba:

1.	$(\forall x)(Rx \longrightarrow Hx)$	
2.	$(\forall x)(Hx \longrightarrow \sim Cx)$	
3.	$(\exists x)(Fx \wedge Rx)$	
	$\vdash$	
4.	$Ra \longrightarrow Ha$	(1)
5.	$Ha \longrightarrow \sim Ca$	(2)
6.	$Fa \wedge Ra$	(3)
7.	$Ra \longrightarrow \sim Ca$	(4, 5)
8.	Ra	(6)
9.	$\sim Ca$	(7, 8)
10.	Fa	(6)
11.	$\sim Ca \wedge Fa$	(9, 10)
12.	$Fa \wedge \sim Ca$	(11)
13.	$(\exists x)(Fx \wedge \sim Cx)$	(12)

Ejercicio 5

Desarróllese una prueba completa que demuestre la validez *formal* de los siguientes argumentos:

a) 1. Todos los hombres son mortales.
   2. Sócrates es hombre.
   Luego...
   3. Sócrates es mortal.

(utilícese H para representar "hombre", M para "mortal", y s para "Sócrates".)

b) 1. Ningún astronauta es miedoso.
   2. Algunos científicos son astronautas.
   Luego...
   3. Algunos científicos no son miedosos.

(utilícese A para representar "astronauta", M para "miedoso", y C para "científico".)

c) 1. Todos los gatos son felinos.

2. Todos los felinos tienen uñas retráctiles.
   Luego. . .
3. Todos los gatos tienen uñas retráctiles.

(utilícese G para representar "gato", F para "felino", y U para "uñas retráctiles".)

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS EN ESTA UNIDAD

Ejercicio 1

1. Marte.
2. 8.
3. continente.
4. impar.
5. cocodrilo.
6. 9.
7. aves.
8. reptil.
9. metal.
10. oxígeno.

Ejercicio 2

1. Ga
2. $(\forall x)(Gx \longrightarrow Ax)$
3. Aa
4. $(\forall x)(Gx \longrightarrow \sim Ex)$
5. $(\forall x)(Ex \longrightarrow \sim Gx)$

Ejercicio 3

4.
7.
5.
1.
3.
6.
2.

Ejercicio 4

4.	$Ra \longrightarrow Ha$	(1 E U)
5.	$Ha \longrightarrow \sim Ca$	(2 E U)
6.	$Fa \wedge Ra$	(3 E E)
7.	$Ra \longrightarrow \sim Ca$	(4, 5 s.h.)
8.	Ra	(6 simpl.)
9.	$\sim Ca$	(7, 8 m.p.p.)
10.	Fa	(6 simpl.)
11.	$\sim Ca \wedge Fa$	(9, 10 conj.)
12.	$Fa \wedge \sim Ca$	(11 conm.)
13.	$(\exists x)(Fx \wedge \sim Cx)$	(12 G E)

Ejercicio 5

a)

1.	$(\forall x)(Hx \longrightarrow Mx)$	
2.	Hs	
	$\vdash$	
3.	$Hs \longrightarrow Ms$	(1 E U)
4.	Ms	(2, 3 m.p.p.)

b)

1.	$(\forall x)(Ax \longrightarrow \sim Mx)$	
2.	$(\exists x)(Cx \wedge Ax)$	
	$\vdash$	
3.	$Aa \longrightarrow \sim Ma$	(1 E U)
4.	$Ca \wedge Aa$	(2 E E)
5.	Aa	(4 simpl.)
6.	$\sim Ma$	(3, 5 m.p.p)
7.	Ca	(4 simpl.)
8.	$\sim Ma \wedge Ca$	(6, 7 conj.)
9.	$Ca \wedge \sim Ma$	(8 conm.)
10.	$(\exists x)(Cx \wedge \sim Mx)$	(9 G E)

c)

1.	$(\forall x)(Gx \longrightarrow Fx)$	
2.	$(\forall x)(Fx \longrightarrow Ux)$	
	$\vdash$	
3.	$Ga \longrightarrow Fa$	(1' E U)
4.	$Fa \longrightarrow Ua$	(2 E E)
5.	$Ga \longrightarrow Ua$	(3, 4 s.h.)
6.	$(\forall x)(Gx \longrightarrow Ux)$	(5 G U)

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

1. Copi, Irving M. *Introducción a la lógica.* Editorial Universitaria de Buenos Aires (EUDEBA), Argentina.
2. National Council of Teachers of Mathematics. *Lógica.* Editorial Trillas, México.
3. Salazar Resines, Javier. *Introducción a la lógica deductiva y teoría de los conjuntos* (volúmenes I y II). Editado por la U.N.A.M. México (texto programado).

ÍNDICE ANALÍTICO

La publicación de esta obra la realizó
Editorial Trillas, S. A. de C. V.

División Administrativa, Av. Río Churubusco 385,
Col. Gral. Pedro María Anaya, C. P. 03340, México, D. F.
Tel. 56884233, FAX 56041364

División Comercial, Calzada de la Viga 1132, C. P. 09439
México, D. F. Tel. 56330995, FAX 56330870

Se imprimió en
Impresora Publimex, S. A. de C. V.

KROB 105 TW

INICIACIÓN A LA LÓGICA SIMBÓLICA

José Antonio Arnaz

La lógica formal se ocupa de determinar cuándo un argumento es correcto o incorrecto. Desde sus inicios hasta nuestros días, se ha desarrollado como una ciencia rigurosa, con un lenguaje técnico elaborado y preciso, pues la utilización que hace del simbolismo le permite evitar las confusiones y ambigüedades del lenguaje natural. A la lógica formal, en su actual estado de desarrollo, se le conoce como lógica simbólica o lógica matemática, denominaciones que hacen alusión a su sistemático uso del simbolismo y al parecido de sus procedimientos con la matemática, de la cual, sin embargo, no es una rama o disciplina. Los conceptos fundamentales de esta ciencia son expuestos con notable claridad y sencillez en este texto.

Contenido

El lenguaje de la lógica proposicional
Proposiciones simples y compuestas
Argumentos en la lógica proposicional
Las partes de una proposición simple
Las relaciones entre proposiciones generales
Argumentos en la lógica cuantificacional

ISBN 978-968-24-3572-0
9 789682 435720
www.trillas.com.mx